UNIVERSIDAD
DEL QUINDIO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ADMINISTRATIVAS
PROGRAMA ADMINISTRACIÓN DE NEGOCIOS

ACTIVIDAD ACADÉMICA: MATEMATICAS APLICADAS II

I. IDENTIFICACIÓN DEL CURSO

1. Numero de créditos Académicos: 4
2. Facultad que lo ofrece: Ciencias Económicas y Administrativas
3. Campo de Formación: A.A.B
4. Código : 770203
5. Semestre: II
6. Prerrequisitos: Matemática aplicadas I

II. DEFINICIÓN DE LA ACTIVIDAD ACADEMICA

El cálculo es la herramienta que ha logrado expresar nuestra cotidianidad por medio de los modelos matemáticos, formando a través de ellos una base firme, donde se cimienta la estructura tecnológica encargada de generar el conocimiento científico hasta hoy desarrollado por el hombre, en busca de mejorar su calidad de vida.

III. JUSTIFICACIÓN

Las condiciones actuales en que se desarrolla la sociedad moderna han obligado a repensar e implementar un nuevo modelo de desarrollo que sea económicamente sostenible, aspecto por el cual dentro de las Ciencias Administrativas, Políticas, económicas y financieras, el cálculo juega un papel muy preponderante en la toma de decisiones; pues este, permite crear modelos matemáticos que representan aproximaciones razonables a las situaciones manejadas cotidianamente y que son fundamentales en actividades académicas como Estadística, Matemáticas Financieras, Economía, Costos, Contabilidad, Presupuesto, etc., posibilitando de esta manera realizar análisis profundos de las consecuencias que generan las decisiones una vez tomadas, determinando así cuáles son las mas viables.

Además la importancia del cálculo dentro del programa de *Administración de Negocios* es de vital importancia ya que no será posible concebir un profesional aquí formado:

1. Sin la formación adecuada que le permita adquirir:

- Habilidades y destrezas en la solución de problemas que se le planteen en el transcurso de su vida profesional.
- Aptitudes para enfrentarse a situaciones nuevas mediante el razonamiento lógico.
- Aptitud investigadora que le permita encontrar por sí mismo la verdad.
- Conocimientos mediante el razonamiento y la reflexión y no por simple mecanización o memorización

2. Sin la formación social para:

- Participar en el progreso científico y cultural del país
- Tener una actitud de cooperación
- Intercambiar sus conocimientos con los de los otros y derivar sus conclusiones.

3. Sin una formación estructurada en el uso del lenguaje conjuntista y simbólico universal para:

- Establecer una interrelación con otras ramas de la ciencia.
- Emplear un lenguaje claro y preciso
- Interpretar gráficos para comprender el mundo moderno en el cual vivimos

IV. OBJETIVOS

Objetivo general

1 Contribuir a la preparación integral de los gestores de empresa formados en el programa de *Administración de Negocios* a través de la formulación y aplicación de modelos matemáticos que permitan interpretar, analizar y predecir el mundo moderno en el cual tendrán que proyectar y desarrollar sus empresas.

Objetivos específicos

2 Identificar los modelos matemáticos con una función y así aplicar a éstos las técnicas y métodos utilizados por la función, en el planteamiento de soluciones a los diferentes problemas que los administradores y gestores de negocios deberán afrontar en su vida profesional.

3 Realizar diferentes tipos de problemas con el propósito de adquirir experiencia en el planteamiento y desarrollo de modelos matemáticos.

4 Aplicar los conceptos y experiencia adquirida en situaciones de la vida real.

5 Interpretar tanto analítica como geométricamente los conceptos de cálculo con el fin de asegurar un aprendizaje efectivo basado en el análisis y no en la mecanización o memorización.

V. METODOLOGÍA

Análisis de modelos matemáticos a través de chats, mesas redondas, investigaciones y consultas bibliográficas (AH).

Mediante investigaciones y consultas, relacionadas con el saber, el estudiante se apropiara del conocimiento para aplicarlo en su área de formación (AA).

Analizando casos concretos ocurridos en empresas del medio, se lanzaran juicios y criticas de tal manera que el estudiante pueda dar soluciones a problemas reales por medio del conocimiento adquirido del calculo (AS)

VI. ESQUEMAS DE EVALUACIÓN

El estudiante planteará modelos matemáticos que reflejen situaciones reales de su entorno basado en los modelos planteados por la bibliografía y orientados por el Tutor.

El estudiante aplicará las técnicas y métodos de cálculo en los modelos matemáticos planteados con el fin de interpretarlos tanto analítica como geométricamente permitiendo comprender mejor su entorno

VII. CONTENIDOS

PRIMERA TUTORÍA

1. LÍMITES

1.1 Concepto y propiedades
1.2 Límite de una función
1.3 Propiedades de los límites

5.1 problemas de Aplicaciones de la Integral

VIII. BIBLIOGRAFÍA

JAGDISH. C. Ayra, ROBIR W. Lardner, Matemáticas aplicadas a la Administración y la Economía. Prentice Hall.

ARYA, Jagdish C, Lardner, Robin W. Matemáticas aplicadas a la administración y a la Economía. 3A ed. México: Pearson Educación, 1992. 870p

DOWLING, Eduard T.. Cálculo para Administración, Economía y Ciencias Sociales. McGraw Hill. México, 1996

VILLA, Dumar. Nociones Básicas de Cálculo. Módulo Programas de Tecnología Agroindustrial.

HOFFMAN, Laurence D. Cálculo para las Ciencias Sociales y Administrativas. McGraw Hill. Mexico, 1980

PURCELL , Julio y BRAVO, Luis. Cálculo Infinitesimal y Geometría Analítica.Aguilar. Madrid, 1970

PRIMER ENCUENTRO TUTORIAL

El presente taller es para desarrollarlo extraclase, las dudas se deben formular telefónicamente o a través de correo electrónico y debe presentarse en la primera tutoría para ser confrontado.

LIMITES

Objetivos

- Saber calcular límites de cocientes de polinomios.
- Conocer los conceptos de límite de una función en un punto finito como infinito.
- Conocer las propiedades algebraicas del cálculo de los límites, los tipos principales de indeterminación que pueden darse y las técnicas para resolverlas.

- Aplicar el concepto de límite y sus propiedades en la solución de problemas relacionados con negocios.

Justificación

El mundo de las finanzas y las políticas económicas actuales con frecuencia se ven confrontadas con realidades que desvirtúan sus propósitos. Conocer el verdadero espíritu de la globalización y en particular las instituciones económicas nacionales e internacionales, son un importante reto; Es por eso que las ciencias administrativas, económicas y financieras juegan un papel preponderante en la toma de decisiones y como punto de apoyo aparece el cálculo, que permite simular procesos reales que están ocurriendo en el mundo, con el fin de intentar controlarlos, modificarlos o hacer predicciones a través de los limites y sus propiedades.

DERIVADAS

JUSTIFICACIÓN

La diferenciación es una herramienta útil en administración para la construcción o análisis de modelos matemáticos, en la optimización de funciones, el análisis de ritmo de cambio, los máximos y mínimos, etc. Conceptos con los cuales el estudiante, utilizándolos bien, podrá determinar la máxima o mínima ganancia, perdida y producción de un negocio. Podrá crear fórmulas que le permita crear estrategias para optimizar al máximo los recursos de su empresa, sacar el mayor beneficio, prever posibles acontecimientos que le ayudarán a mantener vigente su negocio.

OBJETIVO

Entender y Apropiarse del concepto de derivada para aplicarlo en la solución de problemas específicos y típicos de la Administración de Negocios.

MODO DE DESARROLLO: Debe desarrollar el taller, preferiblemente en cipas, prepararse para resolver un taller en clase en grupo y para la evaluación individual.

CONCEPTO MATEMÁTICO

Conceptos, términos, fórmulas y consultas que debe tener en cuenta para asimilar la materia.

-Recta secante

-Recta tangente

-Derivada: $\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \to f'(x) \quad cuando \quad \Delta x \to 0$

-Técnicas de diferenciación

- Regla de la cadena

-Derivada implícita

- Derivada de funciones exponenciales y logarítmicas

Derivada de una función potencia

$$\boxed{Y = f(X) = aX^{n} \text{ la derivada es } \frac{dY}{dX} = Y' = f'(X) = naX^{n-1}}$$

Derivada de una función constante

$$\boxed{Y = f(X) = k \text{ la derivada es } \frac{dY}{dX} = Y' = f'(X) = 0}$$

Derivada de la suma (+) y diferencia (-)

$$Y = f(X) \pm g(X) \text{ la derivada es } \frac{dY}{dX} = Y' = f'(X) \pm g'(X)$$

Derivada de un producto

$$Y = f(X)g(X) \text{ la derivada es } \frac{dY}{dX} = Y' = f(X)g'(X) + f'(X)g(X)$$

Derivada de un cociente

$$Y = \frac{f(X)}{g(X)} \text{ la derivada es } \frac{dY}{dX} = Y' = \frac{g(X)f'(X) - f(X)g'(X)}{(g(X))^2}$$

Regla de la cadena

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\frac{du}{dx} \quad \text{regla de la cadena para potencias: } \frac{d}{dx}[h(x)]^n = n[h(x)]^{n-1}\frac{d}{dx}[h(x)]$$

- Máximos y mínimos relativos (creciente, decreciente, punto crítico)
- Máximos y mínimos absolutos
- Símbolos de la derivada como f´(X); $\frac{df}{dX}$; $\frac{dy}{dX}$; DxF; DxY; Y´
- Alguna nomenclatura

$\frac{dC}{dX}$ la variación de los costos C con respecto a la producción X.

$\frac{dI}{dX}$ La variación de los ingresos I, de acuerdo a la cantidad de artículos X que se venden.

UNIVERSIDAD
DEL QUINDIO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ADMINISTRATIVAS
PROGRAMA ADMINISTRACIÓN DE NEGOCIOS

PRIMERA TUTORIA

EJERCICIOS MODELOS

LIMITES:

1. $$\lim_{x\to 36}\frac{\sqrt{x}-6}{x-36}=\lim_{x\to 36}\frac{\sqrt{x}-6}{x-36}.\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}+6}$$
$$=\lim_{x\to 36}\frac{x+6\sqrt{x}-6\sqrt{x}-36}{(x-36)(\sqrt{x}+6)}=\lim_{x\to 36}\frac{1}{\sqrt{x}+6}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{36}+6}=\frac{1}{6+6}=\frac{1}{12}$$

2. $$\underset{x\to 5}{Lím}\frac{x^2+x-30}{x^2-25}=\underset{x\to 5}{Lím}\frac{(x+6)(x-5)}{(x+5)(x-5)}$$
$$\underset{x\to 5}{Lím}\frac{x+6}{x+5}=\frac{5+6}{5+5}=\frac{11}{10}$$

DERIVADAS.

1. $$y=\frac{7x^3}{4x+9}= \qquad y'=\frac{(4x+9)(21x^2)-(7x^3)(4)}{(4x+9)^4}$$
$$y'=\frac{84x^3+189x^2-28x^3}{(4x+9)^2} \quad =\frac{56x^3+189x^2}{(4x+9)^2}$$

2. $y = \sqrt{16 - x^2}$ => $y = \left(16 - x^2\right)^{\frac{1}{2}}$ = $y' = \frac{1}{2}\left(16 - x^2\right)^{-\frac{1}{2}}(-2x)$

$$= -x\left(16 - x^2\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{-x}{\sqrt{16 - x^2}}$$

3. $y = \left(\frac{5x-2}{3x+4}\right)^3$ => $y' = 3\left(\frac{5x-2}{3x+4}\right)^{3-1}\left(\frac{5x-2}{3x+4}\right)'$

$$= y' = 3\left(\frac{5x-2}{3x+4}\right)^2\left[\frac{(3x+4)(5)-(5x-2)(3)}{(3x+4)^2}\right]$$

$$= y' = 3\left(\frac{5x-2}{3x+4}\right)^2\left(\frac{26}{(3x+4)^2}\right) = \frac{78(5x-2)^2}{(3x+4)^4}$$

4. Ejemplo de derivación implícita.

$$2y^3 - 5y^2 + 7x^5 = 102$$

$$\frac{d}{dx}\left(2y^3\right) - \frac{d}{dx}\left(5y^2\right) + \frac{d}{dx}\left(7x^5\right) = \frac{d}{dx}(102)$$

$$= 6y^2\left(\frac{dy}{dx}\right) - 10y\left(\frac{dy}{dx}\right) + 35x^4 = 0$$

factorizamos $\frac{dy}{dx}$ y obtenemos

$$\left(6y^2 - 10y\right)\left(\frac{dy}{dx}\right) = -35x^4 =$$

UNIVERSIDAD
DEL QUINDIO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ADMINISTRATIVAS
PROGRAMA ADMINISTRACIÓN DE NEGOCIOS

TALLER No. 1

1. En el siguiente ejercicio , con su calculadora evalué la función $f(x)=\frac{x^4-1}{x^3-1}$ en :

X= 1.2, 1.1, 1.05, 1.01, 1.005 y 1.001. Demuestre que le $\lim_{x\to 1} f(x)=\frac{4}{3}$.¿Se acercan sus valores calculados a este límite?.

2. Use una calculadora para evaluar $f(x)=\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$ para x = 0.9, 0.99, 0.999 y 0.9999 y para x=1.1, 1.01, 1.001, y 1.0001. Pruebre que $\lim_{x\to 1} f(x)=\frac{1}{4}$. ¿Se acercan los valores calculados a este límite?.

3. Repita el ejercicio 1 con la función $f(x)=\frac{\ln x}{x-1}$. ¿A qué piensa que sea igual $\lim_{x\to 1} f(x)$?.

4. Use una calculadora para evaluar: $f(x)=\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$
   Para x = 0.9, 0.99, 0.999 y 0.9999 y para x = 1.1, 1.01, 1.001 y 1.0001. Pruebe que $\underset{x\to 1}{Lím}\, f(x)=\frac{1}{4}$ ¿Se acercan los valores calculados a este límite?

5. Evaluar los siguientes limites .

NOTA: se recomienda estudiar el tema "LIMITES" pagina 457 del libro de "Matemáticas aplicadas a la administración y a la economía"

a. $\lim\limits_{x->5} \frac{3x^2-13x-10}{2x^2-7x-15}$

b. $\lim\limits_{x->1} \frac{x^2+x-2}{x^2-3x+2}$

c. $\lim\limits_{x->4} \frac{\sqrt{x}-2}{x^3-64}$

d. $\lim\limits_{x->-2} \frac{x^2-4}{x^2+3x+2}$

e. $\lim\limits_{x->9} \frac{x^3-729}{\sqrt{x}-3}$

f. $\lim\limits_{t->\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{8t^3-27}{4t^2-9}}$

g. $\lim\limits_{n->\alpha} \frac{2n^2-n+3}{n^3-8n+5}$

h. $\lim\limits_{x\to\alpha} \frac{5x+10}{x+\sqrt{x}}$

i. $\lim\limits_{x\to 5} \frac{x-3-2x^2}{1+3x}$

j. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$

6. La demanda de x articulo en una empresa de insumos agrícolas esta expresada mediante la siguiente ecuación:

D(P)= 15.000.000 - $\frac{p2}{2}$, donde p es el precio por unidad de cada articulo. Hallar $\lim\limits_{p\to 5000} D(p)$ e interprete el resultado.

7. Derivar las siguientes funciones utilizando las técnicas de derivación.

<u>**Nota:**</u> Para solucionar los ejercicios de este punto se recomienda estudiar el tema "Derivadas de una función" en la pagina 472 y Pagina 504 "Derivadas de Productos y cocientes" del libro "Matemáticas aplicadas a la administración y a la economía"

a. $f(x) = 5x+3$

b. $g(x) = \frac{1}{x}$

c. $h(x) = x^2+3x+2$

d. $f(x) = \sqrt{x}$

e. $g(x) = \frac{1}{x^2}$

f. $h(x) = x + \frac{1}{x}$

g. $f(x) = \sqrt[3]{x}$

h. $g(x) = \frac{1}{x^3}$

i. $h(x) = \sqrt{x+5}$

j. $f(x) = x^{\frac{3}{2}} - 2x^{-\frac{3}{2}}$

k. $g(x) = (x+1)(x^3+3)$

l. $h(x) = \frac{3x^{\frac{1}{2}}}{2} + 3x^{-\frac{5}{2}}$

m. $f(x) = x^3\sqrt{x}$

n. $g(x) = (7x+1)(2x-3)$

o. $x^{1.2} + \frac{1}{x^{0.6}}$

p. $u(y) = \left(y + \frac{3}{y}\right)(y^2 - 5)$

q. $y = \frac{3}{2x+7}$

r. $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$

s. $x = \frac{\sqrt{u}+1}{\sqrt{u}-1}$

8. Aplique regla de la cadena en los siguientes ejercicios.

NOTA: Para resolver este punto del taller consultar “Regla de la cadena” en la pagina 510 del libro “Matemáticas aplicadas a la administración y a la economía”.

a. $y = (3x+5)^7$

b. $u = (2x^2+1)^{\frac{3}{2}}$

c. $f(x) = \frac{1}{(x^2+1)^4}$

d. $h(t) = \sqrt{t^2 + a^2}$

e. $x = \dfrac{1}{\sqrt[3]{t^3 + 1}}$ f. $y = \left(t^2 + \dfrac{1}{t^2}\right)^5$

g. $y = \left(x^2 + 1\right)^{0.6}$

9. Encuentre los costos marginales de las funciones de costo siguientes.

a. $c(x) = \sqrt{100 + x^2}$

b. $c(x) = 20 + 2x - \sqrt{x^2 + 1}$

10. Encuentre $\dfrac{dy}{dx}$ para cada una de las siguientes funciones, por el método de derivación implícita.

NOTA: Para resolver este punto del taller consultar "Diferenciación Implicita" en la pagina 608 del libro "Matemáticas aplicadas a la administración y a la economía".

a. $y^2 = \dfrac{x-1}{x+1}$

b. $x^2 = \dfrac{x-y}{x+y}$

c. $(x+y)^3 + (x-y)^3 = x^4 + y^4$

HOJA DE RESPUESTAS TALLER No 1.

1. 4/3	2. ¼	3. 1	4. ¼	
5. a. 17/13	b. –3	c. 1/192	d. 4	e. 1458

f. $\frac{3}{\sqrt{2}}$ g. 0 h. 5 i. –3 j. 1/2

6. 2.500.000

7. a. 5 b. $-\frac{1}{x^2}$ c. 2x+3 d. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ e. $-\frac{2}{x^3}$

   f. $1-\frac{1}{x^2}$ g. $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ h. $-\frac{3}{x^4}$ i. $\frac{1}{2\sqrt{x+5}}$ j. $\frac{3\sqrt{x}}{2}+\frac{3}{\sqrt{x^5}}$

   k. $4x^3+3x^2+3$ l. $\frac{3}{4\sqrt{x}}-\frac{15}{2\sqrt{x^7}}$ m. $\frac{7\sqrt{x^5}}{2}$ n. $28x-19$

   o. $1{,}2x^{0.2}-\frac{0.6}{x^{1.6}}$ p. $3y^2+\frac{15}{y^2}-2$ q. $-\frac{6}{(2x+7)^2}$ r. $-\frac{3}{(x-1)^2}$

   s. $-\frac{1}{\sqrt{u}\left(\sqrt{u}-1\right)^2}$

8. a. $21(3x+5)^6$ b. $6x\sqrt{2x^2+1}$ c. $-\frac{8x}{\left(x^2+1\right)^5}$

   d. $\frac{t}{\sqrt{t^2+a^2}}$ e. $-\frac{t^2}{\sqrt[3]{\left(t^3+1\right)^4}}$ f. $10\left(t^2+\frac{1}{t^2}\right)^4\left(t-\frac{1}{t^3}\right)$

   g. $\frac{1.2x}{\left(x^2+1\right)^{0.4}}$

9. a. $c'(x)=\frac{x}{\sqrt{100+x^2}}$ b. $C'(x)=2-\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

10. a. $\frac{dy}{dx}=\frac{1}{y(x+1)^2}$ b. $\frac{dy}{dx}=-\frac{x(x+y)^2-y}{x}$ c. $\frac{dy}{dx}=\frac{4x^3-3(x+y)^2-3(x-y)^2}{3(x+y)^2-3(x-y)^2-4y^3}$

BIBLIOGRAFÍA

ESLAVA, María Emilia, VELASCO, José R. Introducción al las matemáticas Universitarias, McGraw Hill

JAGDISH. C. Ayra, ROBIR W. Lardner, Matemáticas aplicadas a la Administración y la Economía. Prentice Hall.

GOODMAN/HIRSCH. Álgebra y trigonometría Analítica. Editorial Prentice Hall.

DOWLING. Edward. Cálculo para Administración, Economía y ciencias Sociales.

Textos Matemáticas de Básica Secundaria

www.matematicas.net

www.deberesmatematicas.com

www.matematica.udl.es

www.apuntes21.com/matematicas

www.mundopc.net/freeware/educacion/matematicas.php

UNIVERSIDAD
DEL QUINDIO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ADMINISTRATIVAS
PROGRAMA ADMINISTRACIÓN DE NEGOCIOS
SEGUNDO ENCUENTRO TUTORIAL

JUSTIFICACIÓN

La formación de todo profesional debe ir precedida de una amplia fundamentación en ciencias básicas. El cálculo diferencial cimienta las bases para la comprensión analítica de conceptos básicos como derivación y su aplicación práctica en situaciones cotidianas de la naturaleza, que más adelante utilizará el estudiante como herramienta analítica de modelamiento y solución en su que hacer profesional. Durante el desarrollo del presente taller el estudiante despierta el sentido lógico y critico de raciocinio, propio de las matemáticas

OBJETIVOS

Dotar al estudiante de herramientas analíticas que le permitirán el análisis de fenómenos de toda índole, bajo la perspectiva del conocimiento de los conceptos propios del cálculo; así como ejercitar la utilidad de estas bajo la resolución de ejercicios de aplicación en la administración de negocios.

SEGUNDA TUTORIA

UNIVERSIDAD
DEL QUINDIO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ADMINISTRATIVAS
PROGRAMA ADMINISTRACIÓN DE NEGOCIOS

EJERCICIOS MODELOS

TRAZADO DE CURVAS:

Con la información dada por la primera y segunda derivada se puede determinar fácilmente la representación completa de la gráfica de una función para hacer un bosquejo de la gráfica en cinco pasos rápidos. Dada una función diferenciable f(x).

1. Tome la primera derivada $\left[f'(x)\right]$ para tener una idea aproximada de los intervalos donde la función es creciente y decreciente.
2. Halle los puntos extremos de $f(x)$ igualando $f'(x)$ a cero y resolviendo para x_0. Luego evalúe $f(x)$ en x_0.
3. Tome la segunda derivada, evalúe ésta en x_0, y revise el signo para determinar la concavidad y para distinguir entre un máximo relativo, un mínimo relativo o un punto de inflexión.
4. Busque los puntos de inflexión donde $f''(x) = 0$ y donde cambie la concavidad.
5. Determine los intersectos, si es conveniente, y dibuje la gráfica.

Ejemplo Dada $y = f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 30$ trazar la gráfica siguiendo los cinco pasos descritos anteriormente:

1. Tomemos la primera derivada.

$$f'(x) = 6x^2 - 24x$$

para (0 < x < 4), $f'(x) < 0$ y $f(x)$ es decreciente

2. Iguale $f'(x)$ a cero y resuelva para x_0,

$6x^2 - 24x = 0$ => $6x(x-4) = 0$

factorizando obtenemos

$x_0 = 0$ $\quad$ $x_0 = 4$ $\quad$ Puntos críticos.

Resuelva y en $x_0 = 0$ y $x_0 = 4$ para hallar los puntos extremos,

$$y(0) = 2(0)^3 - 12(0) + 30 = 0$$

$$y(4) = 2(4)^3 - 12(4) + 30 = -34$$

Los puntos extremos son (0 , 30) ; (4 , -34).

3. Tome la segunda derivada, evalúe ésta en x_0, y revise el signo para distinguir entre un máximo y un mínimo relativo.

$$f''(x) = 12x - 4$$

$f''(0) = 12(0) - 24 = -24 < 0$ Cóncava hacia abajo, máximo relativo.

$f''(4) = 12(4) - 24 = 24 > 0$ Cóncava hacia arriba, mínimo relativo.

4. Busque los puntos de inflexión donde $f''(x) = 0$ para encontrar donde cambia la concavidad.

$$f''(x) = 12x - 24 = 0$$
$$x = 2$$

Sustituyendo $x = 2$ en la función original para hallar y,

$$y(2) = 2(2)^3 - 12(2)^2 + 30 = -2$$

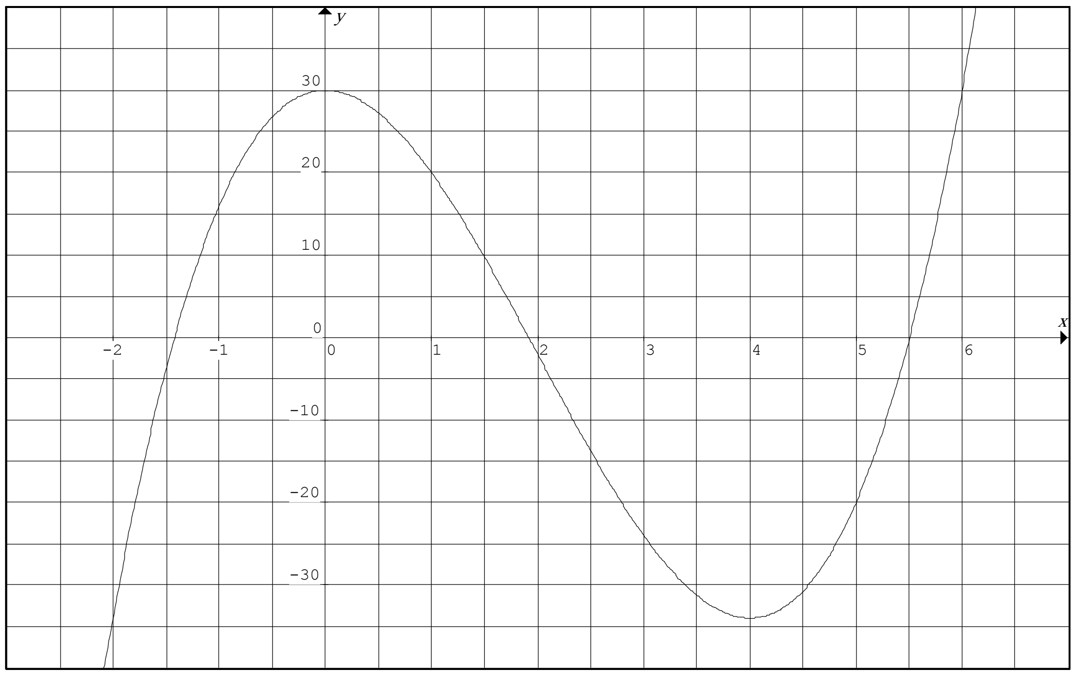
Como se ve que la concavidad cambia de cóncava hacia abajo a cóncava hacia arriba entre $x = 0$ y $x = 4$ en el paso (3), concluimos que
(2 , -2): punto de inflexión

5. Halle el intersecto vertical; el intersecto horizontal

$$y(0) = 2(0)^3 - 12(0)^2 + 30 = 30$$

Intersecto vertical: (0 , 30)

Por último grafique



Ejercicio de Aplicación:

Cuando el precio de un galón de petróleo es y pesos se estima que le beneficio proveniente de su venta está dado por B(Y) = 250(36 – X)(X – 20).

a. Determine el precio del galón de petróleo para le cual el beneficio es máximo.
b. Calcule el máximo beneficio.

Solución:
Y= Precio por galón.
B(Y) = 250(36 – X)(X – 20).
Hallar Y para que B(Y) sea máximo.

$$B(Y) = 250(36Y - 720 - Y^2 + 20Y)$$

$$B(Y) = 250(-Y^2 + 56Y - 720)$$

$$B'(Y) = 250(-2Y + 56)$$

Igualamos la función derivada a cero.

$$250(-2y+56)=0$$

$$-2Y+56=\frac{0}{250}$$

$$-2Y+56=0$$

$$-2Y=-56$$

$$Y=\frac{-56}{-2}=28$$ Para saber si es un máximo hallamos la segunda derivada.

$B'(Y)=250(-2)=-500<0$ Como es menor a cero hay un máximo entonces obtenemos que el precio es 28 pesos.

b. Máximo beneficio.

$$B(28)=250(36-28)(28-20)$$

$$B(28)=250(8)(8)$$

$B(28)=250(64)=16000$ pesos

TALLER No. 2

NOTA: Para la solución de este taller se recomienda estudiar el capitulo 13 “Optimización y bosquejo de curvas” , a partir de la pagina 536 del libro “Matemáticas aplicadas a la administración y a la economía”

1. Graficar las siguientes funciones encontrando los puntos de corte con el eje X, puntos máximos y mínimos, concavidad punto de inflexión y corte con los ejes.
   a. $2x^3 + 3x^2 - 12x + 7$
   b. $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$
   c. $6x^3 + 23x^2 + 9x - 18$

2. Divida 120 en dos partes tales que el producto de una de las partes, por el cuadrado de la otra sea:
   a. Máximo b. Mínimo

3. Encuentre el valor mínimo, de la suma entre un número y el cuadrado de su inverso multiplicativo.

4. De acuerdo a la estimación de una empresa, la utilidad **P** por la venta de su nuevo producto está relacionado con el gasto publicitario **X** mediante la fórmula: $p(x) = \dfrac{23x + 15}{x + 4}$ donde **P** y **X** están ambos en millones de dólares.
   a. Pruebe que **P(x)** es una función creciente de **X**.
   b. Encuentre, si existe, el límite superior del ingreso.

5. Un fabricante vende x artículos por semana a un precio $p = 20.000 - x$ pesos, siendo su costo $y = 10.000x + 200.000$ pesos.
   a. ¿Cuántos artículos deberá producir para que la utilidad sea máxima?
   b. Hallar la utilidad marginal para x = 500
   c. Halle η (elasticidad), para x = 200, explique el resultado.

Nota: Para la solución de la Elasticidad consultar el tema “Elasticidad del precio de la demanda” pagina 286 del libro “FUNDAMENTOS DE CALCULO CON APLICACIONES”.

6. *Una fabrica posee una capacidad de producción de 250 artículos por semana. La experiencia muestra que el precio p en función de le número de artículos x esta dado por: P = (100-2x). Si el costo de producción de x artículos es (600+10x+x^2).*

   a. *¿Cuantos artículos deben fabricarse cada semana para obtener una utilidad máxima?*
   b. *Halle el ingreso máximo*
   c. *Halle la elasticidad de la demanda para x = 20 y para x = 40.*
   d. *Halle la Utilidad marginal y el ingreso marginal para x = 25.*

7. *El costo total diario de producción de x grabadoras es* $\frac{x^2}{3}+32x+40$, y éstas se venden a \$62 cada una, que producción diaria dará una ganancia máxima. (Suponer que la compañía puede vender todos los aparatos que hace).

8. *En una empresa* la utilidad en función de la publicidad está dada por $u(x)=130+80x-x^2$ (x en miles). Halle la utilidad máxima y a qué inversión en publicidad corresponde.

9. *Un agente de viajes ofrece un plan de vacaciones a grupos sobre las siguientes bases: Para grupos de tamaño hasta 50, la tarifa es de u.s. \$400 por persona; para grupos más*

grandes, por cada viajero que exceda a 50 la tarifa se reduce en u.s. $2 para cada uno de los viajeros. Determine el tamaño del grupo que maximice el ingreso del agente de viajes.

10. De una lámina cuadrada de lado 10 cm. se cortan cuadrados en cada uno de los vértices con el objeto de hacer una caja abierta por arriba. Calcule el lado del cuadrado que se debe cortar para que el volumen de la caja sea máximo.

11. Un pomar tiene 30 árboles por hectárea y la producción promedio es de 400 manzanas por árbol, por cada árbol adicional plantado por hectárea, la producción promedio por árbol se reduce en aproximadamente 10 manzanas. ¿Cuántos árboles adicionales se deben sembrar por hectárea para maximizar la cosecha de manzanas?.

12. Un ecólogo cultiva peces en un lago. Entre más peces introduzca, habrá más competencia por el alimento disponible y el pez ganará peso en forma más lenta. De hecho, se sabe por experimentos previos que cuanto hay n peces por unidad de área del lago, la cantidad promedio en peso que cada pez gana durante una temporada está dada por $w = 600 - 30n$ gramos. ¿Qué valor de n conduce a la producción total máxima en el peso de los peces?. R/ n = 10 peces P(10)=3000 ganancia por unidad de área.

13. La Compañía TV Cable tiene en estos momentos 3.500 suscriptores que pagan una cuota mensual de U.S. $8. Una encuesta revela que habrá 50 suscriptores más por cada U.S. $0.010 que se disminuyan en la cuota a todos. ¿A qué tarifa lograrán ingresos máximos y cuántos suscriptores habrá a ese nivel?.

14. Una empresa manufacturera puede vender todos los artículos que produce a un precio de $6 dolares cada uno. El costo de producir x artículos a la semana (en dólares) es: $C(x) = 1000 + 6x - 0.003x^2 + 10^{-6}x^3$ ¿Qué valor de x debemos seleccionar

con objeto de maximizar las utilidades, halle el costo total de las unidades que se deben producir por semana?.

15. El costo de producir x artículos por semana esta dado por $C(x) = 1000 + 6x - 0.003x^2 + 10^{-6}x^3$ En el caso del artículo en cuestión, el precio en que x artículos pueden venderse por semana está dado por la ecuación de demanda $p = 12 - 0.0015x$. Determine el precio y el volumen de ventas en que la utilidad es máxima.

16. Suponga que el costo total, en dólares, de fabricar q unidades de cierto articulo es $C(q) = 3q^2 + 5q + 75$
    a. ¿En qué nivel de producción es mínimo el costo medio por unidad?
    b. ¿ En qué nivel de producción el costo medio por unidad es igual al costo marginal?

17. Un fabricante de calzado puede utilizar su planta con el fin de producir zapatos para dama y caballero. Si él fabrica X (en miles de pares) zapatos para caballero y Y (en miles de pares) zapatos para dama a la semana, entonces X y Y están relacionados por la ecuación: $2x^2 + y^2 = 25$, si la utilidad es de $10 dólares por cada par de zapatos, calcule
    a. La utilidad marginal con respecto a X si X=2.
    b. Cuántos zapatos para dama y cuántos zapatos para caballero debe producir la empresa.

18. La ecuación de demanda de cierto artículo es $p + 0.1x = 80$ y la función de costo es $C(x) = 5000 + 20x$. Calcule la utilidad marginal cuando se producen y venden 150 unidades y también en el caso de que se produzcan y vendan 400 unidades.

19. Una empresa vende todas las unidades que produce a $4 dólares cada una. El costo total de la empresa C por producir x unidades está dado en dólares por $C(x) = 50 + 1.3x + 0.001x^2$.

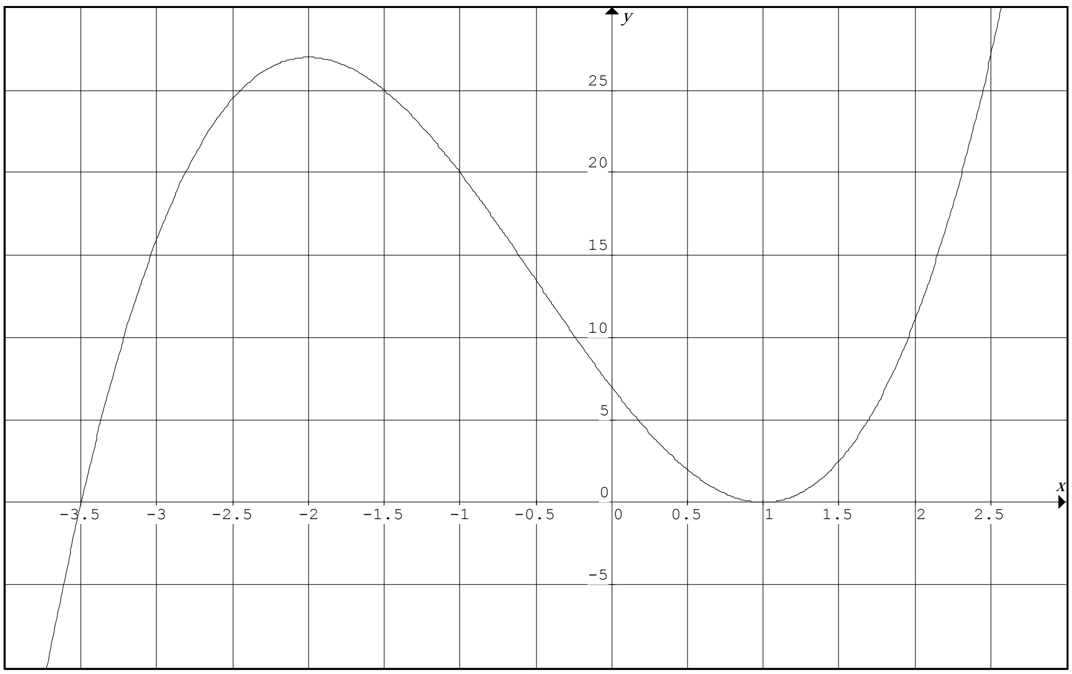
    a. Escriba la expresión para la utilidad total P como una función de X.
    b. Determine el volumen de producción X de modo que la utilidad P sea máxima.
    c. ¿Cuál es el valor de la utilidad máxima ?.

20. El costo total de producir x unidades de un determinado producto es $C(x) = 9 - 2x + \frac{x^3}{6}$ y cada unidad se vende a (12-3x) unidades monetarias.

    a. Calcular cuantas unidades se deben producir para que el costo medio por unidad sea mínimo
    b. Calcular cuantas unidades se deben vender para que el beneficio sea máximo.

<u>HOJA DE RESPUESTAS TALLER No 2.</u>

1a. $2x^3 + 3x^2 - 12x + 7$



Raices: x = 1, x = -7/2 , x = 1

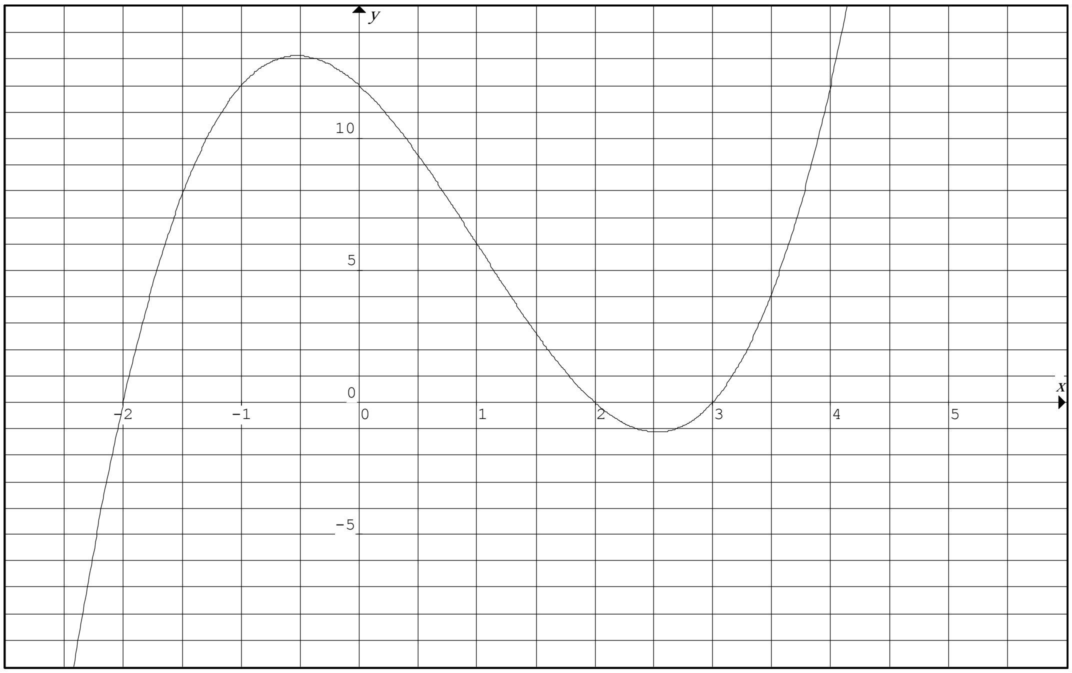
Puntos Críticos: x= -2 y x= 1

Punto Máximo cóncava hacia abajo: p(-2 , 27)

Punto Mínimo cóncava hacia arriba: p(1 , 0)

Punto de Inflexión: p(-0.5 , 13.5).

1. b. $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$



Raices: x = 2, x = 3 , x = -2
Puntos Críticos: x= 2,5 y x= -0.5
Punto Máximo cóncava hacia abajo: p(-0,5 , 13,1)
Punto Mínimo cóncava hacia arriba: p(2,5 , -1,1)
Punto de Inflexión: p(1,6).

2. a. x = 40, y = 80 b. X = 120, y = 0

3. $x = \sqrt[3]{2}$

4. a. $p'(x) = \dfrac{77}{(x+4)^2}$ Como p' > 0 para todo x > 0 entonces p(x) es una función creciente de x, esto es la utilidad crece al crecer la cantidad gastada en publicidad.

b. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{23+\frac{15}{x}}{1+\frac{4}{x}} = 23$

5. a. x = 5.000 artículos b. $u'(500) = \$9.000$

c. $\eta = |-99| = 99 > 1$ Por tanto la demanda es elástica.

6. a. x = 15 artículos b. I = \$1.050
   c. $\eta(20) = |-1.5| = 1.5 > 1$ Elástica
   $\eta(40) = |-0.25| = 0.25 < 1$ Inelástica
   d. $u'(25) = \$ - 60$, $I'(25) = 0$
7. X = 45 artículos
8. X = 40.000 artículos U(40000)= \$1.730.000
9. X = 75 Pasajeros
10. X=5 cms o X=5/3 cms
11. X = 5 árboles adicionales por hectárea
12. n = 10 peces, P(10) = 3000 ganancia por unidad de área.
13. P = \$4.35 u.s. X = 21750 suscriptores.
14. X = 2000 artículos, U(2000) = \$3OOO u.s. por semana.
15. X = 2000 artículos, P = \$9 u.s.
16. a. q = 5 unidades b. q = 5 unidades
17. a. $u'(2) \approx 0.30$ b. Y = 4100 pares de zapatos para dama,
   X= 2000 pares de zapatos para caballero.
18. $u'(150) = \$30$ y $u'(400) = \$ - 20$
19. a. $p(x) = 2.7x - 0.001x^2 - 50$ b. x = 1350 artículos
   c. U(1350) = \$1772,50
20. a. X = 3 unidades b. X = 2 unidades

BIBLIOGRAFÍA

ESLAVA, María Emilia, VELASCO, José R. Introducción al las matemáticas Universitarias, McGraw Hill

JAGDISH. C. Ayra, ROBIR W. Lardner, Matemáticas aplicadas a la Administración y la Economía. Prentice Hall.

GOODMAN/HIRSCH. Álgebra y trigonometría Analítica. Editorial Prentice Hall.

DOWLING. Edward. Cálculo para Administración, Economía y ciencias Sociales.

Textos Matemáticas de Básica Secundaria

www.matematicas.net

www.deberesmatematicas.com

www.matematica.udl.es

www.apuntes21.com/matematicas

www.mundopc.net/freeware/educacion/matematicas.php

TERCER ENCUENTRO TUTORIAL

JUSTIFICACIÓN:

Las matemáticas contienen varios pares de operaciones inversas, como: Adición y sustracción, multiplicación y División, elevación a un exponente y extracción de una raíz, etc. En el taller No 3 estudiábamos la derivación, y su inversa es la antiderivación, más comúnmente conocida como la integral.

El cálculo se divide en dos categorías. El calculo diferencial que incluye la derivada, el hallar máximos y mínimos relativos. El calculo integral se utiliza para hallar área, volumen, también es una herramienta muy utilizada para calcular el tamaño poblacional en el futuro, costo de vida en el futuro, de problemas económicos y administrativos, etc.

Aplicar el concepto de integral de una función algebraica, a través de estrategias que incentiven la reflexión y análisis, en la resolución de problemas de la vida cotidiana desarrollan el razonamiento lógico y analítico de los alumnos.

OBJETIVOS:

- Generación del concepto de antiderivada a funciones polinomiales.
- Compresión de la noción de integral dentro del concepto de aplicabilidad a las ciencias administrativas y económicas.
- Planeamiento, resolución y análisis de situaciones que involucren los conceptos de función de costo marginal, función de ingreso marginal, función de utilidad marginal y razón de cambio, en problemas económicos y administrativos.

METODOLOGÍA.

El alumno debe desarrollar el taller en su totalidad por cipas, además debe de presentarle dicho taller solucionado en el cuarto (4) encuentro totorial; durante las tres primeras horas de la tutoria se aclaran las dudas y en la ultima hora se evaluara por escrito dicho taller.

Reglas elementales estándar para la solución de algunas integrales:
1. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \ (n \neq -1)$ o $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c \ (n \neq -1)$
2. $\int \frac{1}{x} dx = \ln\lvert x \rvert + c$ o $\int \frac{1}{u} du = \ln\lvert u \rvert + c$

3. $\int e^x dx = e^x + c$ o $\int e^u du = e^u + c$
4. $\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a} * \frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + c \quad (a \neq 0, n \neq -1)$
5. $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} * lx\|ax+b\| + c \quad (a \neq 0)$
6. $\int e^{ax+b} dx = \frac{e^{ax+b}}{a} + c \quad (a \neq 0)$
7. $\int_a^b f(x)dx = [f(x)]_a^b = f(b) - f(a)$

TALLER TRES

1. Hallar la función primitiva f(x) tal que f´(x)=6x+1 y f(0)=1 y f(1)=0
2. Dada la función f(x)=6x, hallar la primitiva que pasa por el punto A(1,2)
3. desarrollar el ejercicio 6.2 numeral 4 pagina 324 del libro guía
4. desarrollar el ejercicio 6.2 numeral 1 pagina 324 del libro guía

Resolver las siguientes integrales:

5. $\int x^3 dx$

6. $\int \frac{dx}{x^3}$

7. $\int \frac{x^4+3x^2-5}{x}dx$

8. $\int (3x+5)dx$

9. $\int 5x\sqrt{1+x^2}\,dx$

10. $\int \frac{x^2+x+1}{\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x}dx$

11. $\int \sqrt{3x-5}\,dx$

12. $\int \frac{1}{(2-5t)^2}dt$

13. $\int x\sqrt{x^2+1}\,dx$

14. $\int \frac{t^2}{\sqrt[3]{t^3+8}}dt$

15. $\int (x+\sqrt{x})dx$

16. $\int \left(\frac{3}{\sqrt{x}}-\frac{x\sqrt{x}}{4}\right)dx$

17. $\int_{-3}^{1}(7e^x-4x)dx$

18 $\int_0^2 e^{3x}dx$

19. . $\int_4^5\left(\frac{5}{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}\right)dx$

20. $\int e^{5x}dx$

21. $\int \frac{(\ln x)^3}{x}dx$

22. $\int (x-1)e^x dx$.

23. $\int_{-1}^{0}(x^3-x^2-2x)dx+\int_0^2(-x^3+x^2+2x)\,dx$

24. $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}dx$

25. $\int x\ln x\,dx$

26. $\int \frac{1}{(x-1)^2}dx$

27. $\int \frac{x-1}{3x^2-6x+5}dx$

28. $\int x^2 e^{3x} dx$

29. $\int \left(x^2 - 2x + 5\right) e^{-x} dx$

30. $\int \frac{x}{e^x} dx$

<u>HOJA DE RESPUESTAS TALLER No 3.</u>

1. $f(x) = x^3 + \frac{x^2}{2} - \frac{5}{2}x + 1$
2. $f(x) = 3x^2 - 1$
5. $\frac{x^4}{4} + c$
6. $-\frac{1}{2x^2} + c$
7. $= \frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} - 5\ln x + c$
14. $\frac{\sqrt[3]{\left(t^3 + 8\right)^2}}{2} + c$
15. $\frac{x^2}{2} + \frac{2x\sqrt{x}}{3} + c$
16. $6\sqrt{x} - \frac{1}{10}x^2\sqrt{x} + c$
17. 34.68
18. 134,1429
19. 2,53211
20. $\frac{1}{5}e^{5x} + c$
21. $\frac{(\ln x)^4}{4} + c$
22. $(x-1)e^x - e^x + c$
23. $\frac{37}{12} = 3.08333$
24. $-\sqrt{1 - x^2} + c$
25. $\frac{x^2}{2}\ln x - \frac{x^2}{4} + c$

8. $\frac{3}{2}x^2 + 5x + c$

9. $\frac{5\sqrt{(1+x^2)^3}}{3} + c$

10. $\ln\left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x\right) + c$

11. $\frac{2\sqrt{(3x-5)^3}}{9} + c$

12. $\frac{1}{10-25t} + c$

13. $\frac{\sqrt{(x^2+1)^3}}{3} + c$

BIBLIOGRAFÍA

ESLAVA, María Emilia, VELASCO, José R. Introducción al las matemáticas Universitarias, McGraw Hill

JAGDISH. C. Ayra, ROBIR W. Lardner, Matemáticas aplicadas a la Administración y la Economía. Prentice Hall.

GOODMAN/HIRSCH. Álgebra y trigonometría Analítica. Editorial Prentice Hall.

DOWLING. Edward. Cálculo para Administración, Economía y ciencias Sociales.

Textos Matemáticas de Básica Secundaria

www.matematicas.net

www.deberesmatematicas.com

www.matematica.udl.es

www.apuntes21.com/matematicas

www.mundopc.net/freeware/educacion/matematicas.php

CUARTO ENCUENTRO TUTORIAL

APLICACIONES DE LAS INTEGRALES

JUSTIFICACIÓN

Dado que los desarrollos actuales de la teoría económica han alcanzado un alto grado de formalización matemática, los estudiantes de Administración de Negocios requieren de una sólida formación, tanto desde el punto de vista conceptual como instrumental en el campo matemático para acceder al conocimiento económico y así poder en un futuro tomar decisiones que beneficien a su propia empresa o negocio.

OBJETIVOS

Dotar al estudiante de herramientas básicas que le permitan profundizar en actividades académicas posteriores y en aplicaciones económicas y de negocios que exigen un conocimiento amplio de el concepto de integrales.

UNIVERSIDAD
DEL QUINDIO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ADMINISTRATIVAS
PROGRAMA ADMINISTRACIÓN DE NEGOCIOS

TALLER CUATRO

1. La función de costo marginal de una empresa a un nivel de producción x es: CM=23.5-0 01x . Para calcular el incremento en el costo total cuando el nivel de producción se incrementa de 1000 a 1500 unidades, se debe

    A. derivar la función de costo marginal y evaluarla en x=1000 y x=1500 y hacer la diferencia entre estos valores

    B. integrar la función de costo marginal entre x=0 y x= 1500

    C. integrar la función de costo marginal entre x=1000 y x=1500

    D. calcular la imagen del costo marginal en x=1000 y x= 1500 y hacer la diferencia entre estos valores

Curvas de aprendizaje

Las curvas de aprendizaje, también llamadas economías de escala dinámicas, hacen referencia al aumento de la productividad que se produce a través de la experiencia acumulada. Cuando una empresa lleva más de un periodo produciendo un bien aprende a producirlo mejor, lo que se traduce en una disminución del coste unitario a medida que aumenta la producción acumulada. La importancia de esta relación puede llevar a que determinadas empresas produzcan más que la cantidad de equilibrio durante los primeros periodos con el fin de bajar por su curva de aprendizaje más rápidamente que sus competidores, es decir, para crear una barrera de entrada.

Formula

$$At = \int_e^d f(x)\,dx = \int_e^d ax^b\,dx$$

2. Después de observar las primeras 400 unidades de su producto, una empresa determina que el tiempo de mano de obra requerido a fin de ensamblar la unidad (x+1) fue de $f(x) = 500x^{-1/2}$. Calcule el total de horas de mano de horas requeridas con el objeto de producir 500 unidades adicionales.

3. La función costo marginal e ingreso marginal, de una empresa $C'(x) = 5 + x^2$ y $I'(x) = 37 - 4x$ en donde X denota el número de unidades producidas y los costos fijos son de $25.
   a. Encuentre el nivel de producción que maximizaría las utilidades de la empresa.
   b. Calcule la utilidad total de la empresa con este nivel de producción
   c. Determine la utilidad si el nivel de producción se incrementa en 2 unidades, mas allá del nivel de utilidad máxima

4. La función del costo marginal c' esta dado c' (x)= 4x- 8. Si el costo de producir 5 unidades es 20000. Encontrar la función del costo total.

5. Después de experimentar, cierto fabricante encontró que si se producían x unidades de un producto, el costo marginal estaba dado por 0.3x-11, donde el costo de producción esta dado en dólares. Si el precio o de venta del articulo se fija a 19U.S por unidad y el costo fijo es de 100 US por semana. Encontrar el máximo lucro semanal que se puede obtener.

6. La función de ingreso marginal para el producto de un fabricante es

$$\frac{dI}{dq} = 2000 - 20q - 3q^2$$

Encontrar la función de la demanda

7. La función del costo marginal esta dado por $\frac{3}{\sqrt{2x+4}}$, si el costo fijo es cero. Hallar la función de costo total.

8. En la manufactura de un producto, los costos fijos por semana son de us 4000.Si la función de costo es

$\frac{dc}{dx} = 0.000001\left(0.002x^2 - 25x\right) + 0.2$ donde c es el costo total en dólares de producir x libras por semana.

Encontrar el costo de producir 10000 libras en una semana.

9. El beneficio marginal en la producción de x unidades de un producto esta definida por

$B'(x) = 100 - 0.01x$ si B(0)=0

Hallar la función beneficio y el beneficio sobre 100 unidades

10. El costo marginal de un producto es c'(x)= $\frac{1}{12}x^2 - x + 180$ ¿ cual es el costo total c(x) de fabricar 5 unidades adicionales si se van a producir tres unidades corrientemente.

11. La función costo marginal de una firma es $x^2 - 4x + 110$ con x que representa el numero de unidades por día. Los costos fijos son de $1340 al día. ¿Cuál es el costo total C(x) de producir x unidades por día?

12. En cierta fabrica, el costo marginal es $3(q-4)^2$ dólares por unidad cuando el nivel de producción es q unidades. ¿En cuánto aumentará el costo total de fabricación si el nivel de producción aumenta de 6 a 10 unidades?
13. Si la función demanda viene dada por p =f(q) = $32 - 4q - q^2$, Calcular el excedente de consumidores, en el caso de que xo = 3

HOJA DE RESPUESTAS TALLER No 4.

2. 10000 hr
3. a. 4, b. 49.6 c. 48
4. $Ct=2x^2-8x+19990$
5. U(0)=1400 USS
6. $p=2000-10q-q^2$
7. Ct=$3\sqrt{2x+4}$
8. C=5416.67 us
9. B=9950 us
10. C(X)=886

11. $Ct = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 110x + 1340$

12. C=208 us

13. Ec=36

BIBLIOGRAFÍA

ESLAVA, María Emilia, VELASCO, José R. Introducción al las matemáticas Universitarias, McGraw Hill

JAGDISH. C. Ayra, ROBIR W. Lardner, Matemáticas aplicadas a la Administración y la Economía. Prentice Hall.

GOODMAN/HIRSCH. Álgebra y trigonometría Analítica. Editorial Prentice Hall.

DOWLING. Edward. Cálculo para Administración, Economía y ciencias Sociales.

Textos Matemáticas de Básica Secundaria

www.matematicas.net

www.deberesmatematicas.com

www.matematica.udl.es

www.apuntes21.com/matematicas

www.mundopc.net/freeware/educacion/matematicas.php

UNIVERSIDAD
DEL QUINDIO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ADMINISTRATIVAS
PROGRAMA ADMINISTRACIÓN DE NEGOCIOS