INTRODUCCIÓN

Filosofía de la lógica

La filosofía de la lógica es la rama de la filosofía que trata de la naturaleza y la justificación de los sistemas lógicos. Algunas preguntas fundamentales que plantea son:

- ¿Hay una única "verdad" lógica, o hay muchas igualmente correctas?
- ¿Es posible que haya desacuerdos acerca de si un principio lógico (como la ley del medio excluido) es correcta?
- ¿Qué hace a una expresión una constante lógica?
- ¿Cuáles son las definiciones adecuadas de consecuencia lógica, cuantificación y otros conceptos lógicos?
- ¿Cuál es el alcance de la lógica?; por ejemplo, ¿envuelve a las matemáticas?
- ¿Es realmente lógica la lógica de segundo orden?
- ¿Es la lógica un problema de convención?
- ¿Es la lógica empírica?
- ¿Cuál es la naturaleza de la necesidad lógica?

La filosofía de la lógica es a menudo confundida con la lógica filosófica, que es la aplicación de técnicas formales lógicas a los problemas filosóficos. Varios filósofos han hecho importantes contribuciones a ambos campos.

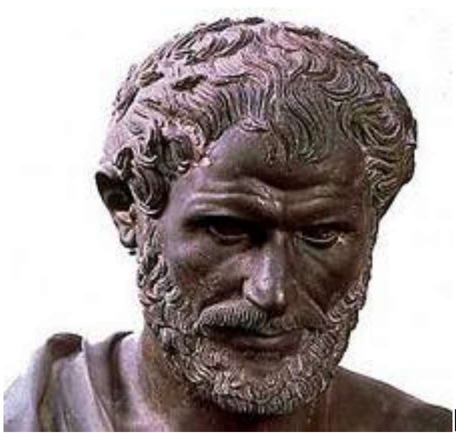
http://es.wikipedia.org/wiki/Filosof%C3%ADa_de_la_l%C3%B3gica

OBJETIVO GENERAL

Al finalizar el curso usted deberá encontrarse preparado para determinar la validez o invalidez de los argumentos utilizados en la conversación diaria y en los utilizados en el desarrollo de éste y de los demás cursos de su programa.

DEFINICIÓN Y CLASES DE LÓGICA

La lógica es la ciencia que expone las leyes, modos y formas del conocimiento científico. Se trata de una ciencia formal que no tiene contenido, sino que se dedica al estudio de las formas válidas de inferencia**.** Es decir, se trata del estudio de los métodos y los principios utilizados para distinguir el razonamiento correcto del incorrecto.



La etimología muestra que el concepto de lógica deriva del latín *logĭca*, que a su vez proviene del término griego *logikós* (de *logos*, "razón**"** o **"**estudio**"**). El filósofo griego Aristóteles fue pionero al utilizar la noción para referirse al estudio de los argumentos como manifestadores de la verdad en la ciencia, y al plantear al silogismo como el argumento válido.

Aristóteles está considerado como el padre de la lógica formal**.** Por otro lado, la lógica informal es el estudio metódico de los argumentos probables desde la retórica, la oratoria y la filosofía**,** entre otras ciencias. Se especializa en la identificación de falacias y paradojas, y en la construcción correcta de los discursos.

La lógica natural es la disposición natural para discurrir con acierto sin el auxilio de la ciencia. La lógica borrosa o difusa, en cambio, es la que admite una cierta incertidumbre entre la verdad o falsedad de sus proposiciones, a semejanza del raciocinio humano.

Por otra parte, la lógica matemática es aquella que opera utilizando un lenguaje simbólico artificial y realizando una abstracción de los contenidos.

Existen otros tipos o clases de lógica, como la lógica binaria, que trabaja con variables que sólo toman dos valores discretos.

La lógica filosófica no es más que ver las realidades de las cosas que pasan al nuestro alrededor y darle un razonamiento profundo y darse cuenta que todo el ser humano en su naturaleza es Ignorante, Por que ignora muchas cosas. (Bernardo Regalado - Junior)

CONCEPTOS BÁSICOS

ARGUMENTO: Se designa con el término de argumento a aquel razonamiento, generalmente parte de un discurso oral o escrito, a través del cual, la persona que lo expresa, intentará convencer, persuadir, hacerle entender o resumirle a un interlocutor o a un público más amplio, sobre determinada cuestión.
Los dos elementos fundamentales que jamás deberán faltar en un argumento para que el mismo logre su objetivo, serán la consistencia y la coherencia, que es lo mismo a decir que los argumentos de un discurso ostenten algún sentido o significación para el público al cual van dirigidos.
Entonces y como bien comentamos muy sucintamente más arriba, un argumento puede estar orientado a sustentar una creencia nueva, la resolución de un problema matemático o para convencer a un público acerca de la adopción de determinada postura o creencia.

Este último caso que mencionamos es el más común dentro de los argumentos, ya que casi cotidianamente nos enfrentamos a los argumentos que tienen como principal fin la persuasión. Desde la publicidad comercial, pasando por los discursos de los políticos hasta la predicación de las diversas religiones están conformados por argumentaciones que se enfocan preeminentemente a lograr el cambio de actitud o de aceptación de una idea de parte de las personas.

Por ejemplo y como señalamos, la política es uno de los ámbitos que durante y a lo largo de toda su historia han echado mano de la propaganda basada en argumentos altamente persuasivos para sus fines.

Los políticos, además de los planes que promueven para mejorar la calidad de vida de los ciudadanos que son en definitiva los que decidirán su activa participación o no en la vida política, deben prepararse ampliamente en lo que a retórica y discursos con argumentos elocuentes y efectivos respecta, ya que estos marcarán el éxito o el fracaso de su campaña. Aunque claro y como dice el popular dicho que la necesidad tiene cara de hereje, muchos de estos argumentos se caracterizan por una velada manipulación para lograr su propósito.
(http://www.definicionabc.com/comunicacion/argumento.php)

Un argumento es un conjunto de enunciados en el cual uno de ellos, llamado conclusión se afirma con base en los otros llamados Premisas.

PREMISAS: En el ámbito de la Lógica, se llama premisa a cada una de las proposiciones del Silogismo de las cuales además se inferirá la conclusión pertinente**.** Una premisa es una expresión lingüística que puede afirmar o bien negar alguna situación o cuestión y que puede ser verdadera o falsa**.**

PROPOSICIONES: En el idioma científico, una proposición se refiere a un enunciado que puede ser verdadero o falso, generalmente una oración enunciativa, base de lo que constituye el lenguaje formal de la lógica simbólica.

Una proposición lógica es Expresión enunciativa a la que puede atribuirse un sentido o función lógica de verdad o falsedad.

SILOGISMO: El silogismo es una forma de razonamiento deductivo que consta de dos proposiciones como premisas y otra como conclusión, siendo la última una inferencia necesariamente deductiva de las otras dos.

VALORACIÓN DE ARGUMENTOS: Un argumento puede ser valorado desde al menos tres puntos de vista diferentes:

I. **Valoración Lógica**: Es la que tiene que ver con la forma de conexión que hay entre las premisas y la conclusión.
II. **Valoración Epistemológica o Material**: Tiene que ver con la veracidad de las premisas y de la conclusión.
III. **Valoración Retórica**: Es la que tiene que ver con que el argumento sea atractivo, persuasivo o interesante.

NÚCLEO TEMÁTICO 1

PROPOSICONES

OBJETIVOS

- Establecer la diferencia entre los enunciados que son proposiciones simples y los que son proposiciones compuestas.
- Identificar en el lenguaje corriente los diferentes tipos de proposiciones compuestas.
- Simbolizar correctamente proposiciones idiomáticas compuestas.
- Elaborar interpretaciones oracionales de proposiciones simbolizadas.

PROPOSICIONES SIMPLES Y COMPUESTAS

PROPOSICION SIMPLE:

Es cualquier enunciado declarativo afirmativo que puede ser verdadero o falso, pero no ambos.

Las proposiciones simples se simbolizan con letras minúsculas, en orden alfabético

Ejemplos de proposiciones simples:

p: **Carlos Fuentes es un escritor**

q: 10 + 2 = 16

r: Los perros vuelan.

Ejemplos de enunciados que no son proposiciones

¿Lloverá mañana?

Levántese de esa silla

Mañana hay clases.

X < 10.

Colombia clasificará al mundial de fútbol.

PROPOSICIÓN COMPUESTA:

Una proposición será compuesta si no es simple. Es decir, si está afectada por negaciones o términos de enlace entre oraciones componentes.

Ejemplos

No todo lo que brilla es oro.

Las mujeres son bellas o los hombres son fuertes.

La Luna es una satélite natural o artificial

Las mujeres son bellas y los hombres fuertes.

Si trabajas intensamente, entonces conseguirás lo que quieres.

Carlos es un excelente estudiante, si y solo si tiene un promedio superior a 450.

En los ejemplos anteriores se pueden observar los siguientes términos de enlace:

Negación: **No** todo lo que brilla es oro.

Disyunción:

Las mujeres son bellas **o** los hombres son fuertes.

La Luna es una satélite natural **o** artificial

Conjunción: Las mujeres son bellas **y** los hombres fuertes.

Condicional: **Si** trabajamos intensamente, **entonces** conseguirás lo que quieres.

Bicondicional:

Carlos es un excelente estudiante, **si y solo si** tiene un promedio superior a 450.

Analicemos en detalle cada uno de los términos de enlace

NEGACIÓN

La negación de una proposición sustituida por la variable p es la proposición no p: ~p. Cuya tabla de valores de verdad es:

p	~p
V	F
f	v

Se trata de una operación unitaria o monádica, pues a partir de una proposición se obtiene otra, que es su negación.

Ejemplos:

a: Todos los estudiantes son pilosos.
~a: No todos los estudiantes son pilosos.

b: El caballo es un animal bípedo.
~b: No es cierto que el caballo sea bípedo.

c: La vida es fácil.
~c: La vida no es fácil.

DISYUNCIÓN

La **disyunción** de dos proposiciones p, q es la operación binaria que da por resultado p ó q, notación **p v q**, y tiene la siguiente tabla:

p	q	p v q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Con la disyunción a diferencia de la negación, representamos dos expresiones y que afirman que una de las dos es verdadera, por lo que basta con que una de ellas sea verdadera para que la expresión p ∨ q sea verdadera.

Así por ejemplo la expresión: el libro se le entregará a Juan o el libro se le entregará a Luis significa que si va uno de los dos, el libro se le entrega, si van los dos también se entrega y solamente en caso de que no vaya ninguno de los dos no se debe entregar.

Aquí debemos tener cuidado, porque en español muchas veces utilizamos la disyunción para representar otros operadores que aparentemente son lo mismo, pero que tienen diferente significado.

En español tenemos tres casos de disyunción:

La llamada y/o bancaria, lógica o matemática, que es la misma y se utiliza en computación como el operador **OR**, este operador corresponde al mencionado anteriormente p v q y ya se mostró su tabla de verdad.

La **o excluyente**, que algunos también le llaman **o exclusiva**, y que indica que una de las dos proposiciones se cumple, pero no las dos. Este caso corresponde por ejemplo a: Hoy compraré un libro o iré al cine; se sobrentiende que una de las dos debe ser verdadera, pero no la dos. Se representa por p ∀ q y su tabla de verdad es:

p	q	p ∀ q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Por último, también es muy común utilizar una disyunción como la siguiente: El menú incluye café o té. En este caso se está dando una disyuntiva diferente pues no se pueden las dos simultáneamente como en el caso anterior, pero aquí si es válido el caso donde las dos son falsas. Es el caso "no ambas", se puede representar por p § q y su tablas es

p	q	p § q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	V

Nota: El último símbolo no es estándar y puede haber varias formas de representarlo.

Un buen ejercicio consiste en enunciar varias expresiones del español que utilizando los conectivos y o para analizar cuál de los operadores es.

Hay que tener mucho cuidado cuando se traduce del lenguaje usual por las costumbres, muchas veces depende del contexto o de la situación específica en la que se usan los conectivos, por ejemplo si decimos: Se pueden estacionar alumnos y maestros, en realidad se está queriendo decir un operador disyuntivo, en este caso la o matemática, o sea el primer operador que corresponde a la primera tabla de esta sección.

(Tomado de: http://www.mitecnologico.com/Main/Disyuncion)

CONJUNCIÓN

La **conjunción** de las proposiciones p, q es la operación binaria que tiene por resultado p y q, se representa por **p$\wedge$q**, y su tabla de verdad es:

p	**q**	**p$\wedge$q**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

La conjunción nos sirve para indicar que se cumplen dos condiciones simultáneamente, así por ejemplo si tenemos:

La función es creciente y está definida para los números positivos, utilizamos

p $\wedge$ **q**, donde

p: La función es creciente
q: La función está definida para los números positivos
Así también: **p** $\wedge$ **q**, donde

p: el número es divisible por 3
q: el número está representado en base 2

Se lee: El número es divisible entre 3 y está representado en base 2.

Nota: Observamos que para la conjunción p $\wedge$ q sea verdadera las dos expresiones que intervienen deben ser verdaderas y sólo en ese caso como se indica por su tabla de verdad.

CONDICIONAL

La **condicional** de dos proposiciones p, q da lugar a la proposición; si p entonces q, se representa por **p →q**, y su tabla de verdad está dada por:

p	**q**	**p → q**
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Con respecto a este operador binario, lo primero que hay que destacar es que no es conmutativo, a diferencia de los dos anteriores la conjunción y la disyunción. El único caso que resulta falso es cuando el primero es verdadero y el segundo falso.

Por ejemplo, si p es llueve y q es hay nubes entonces:

p → q es si llueve entonces hay nubes.

También cabe señalar que este viene a ser el operador más importante en el proceso deductivo y que la mayoría de las leyes de inferencia y las propiedades en matemáticas se pueden enunciar utilizando este operador.

En el ejemplo anterior **p**, es llamada hipótesis o antecedente y **q** tesis o consecuente.

La condicional es muy usada en el lenguaje corriente, pero adopta formas idiomáticas muy distintas. Así otras expresiones utilizadas para indicar la condicional $p \rightarrow q$ son:

p, solamente si q.
p es condición suficiente para q.
q, si p
q, siempre que p
q es condición necesaria de p

BICONDICIONAL O EQUIVALENCIA

La **bicondicional** de dos proposiciones p, q da lugar a la proposición; p si y sólo si q, se representa por $\mathbf{p \leftrightarrow q}$ su tabla de verdad está dada por:

p	q	p ↔ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

JERARQUIA DE OPERADORES.

Combinando los operadores anteriores podemos formar nuevas expresiones.

En términos formales la negación de p, deberá ser (¬ p), así como la conjunción de p y q sería (p ^ q). Con el uso de paréntesis evitamos la ambigüedad, por ejemplo ¬p ^ q podría significar dos cosas distintas

Por un lado podría significar: ((¬ p) ^ q) O también: (¬ (p ^ q)).

En la práctica para no usar tantos paréntesis se considera que el operador ¬ tiene jerarquía sobre ^, v, →, ↔. Así ¬ p ^ q significa ((¬ p)^ q).

En algunos casos se considera ^, v tienen mayor jerarquía que ↔ por lo que p ↔ q v r sería (p ↔ (q v r)) y también que ^ tiene prioridad sobre v, por lo que p ^ q v r sería (p ^ q) v r.

En este curso no se considerará jerarquía en ninguno de los operadores binarios ^, v, →, ↔ por lo que utilizaremos paréntesis. Sólo ¬ tiene prioridad sobre los demás operadores. Esto nos ahorra algunos paréntesis, por ejemplo: (((¬ p) ^ q) v r) se representa por (¬ p ^ q) v r.

POTENCIA DE LOS TÉRMINOS DE ENLACE

Los términos de enlace o partículas lógicas cumplen las siguientes leyes:

1. La Negación es el más débil de los términos de enlace.
2. La Disyunción y la Conjunción tienen igual potencia y son más fuertes que la negación.
3. La Condicional y la Bicondicional tienen igual potencia y son más fuertes que los demás términos de enlace.
4. Una proposición compuesta recibe el nombre del conectivo dominante.

Ejemplos:

El enunciado: “No hay perros negros y no hay gatos blancos” es una conjunción.

$\neg a \vee \neg b$ Es una Disyunción.
$c \rightarrow \neg d$ Es una Condicional.
$\neg e \leftrightarrow f \wedge g$ Es una Bicondicional

EJERCICIOS

1. Encuentre la negación de las expresiones siguientes:

i) Júpiter es un planeta
ii) El pizarrón es verde
iii) El número real x es negativo
iv) Algún elefante es de color rosa
v) Ningún pez respira fuera del agua
vi) Todos los leones son feroces

2. Identifique las proposiciones simples presentes en los siguientes enunciados y simbolice la proposición compuesta.

i. Aprenderé Matemáticas si y sólo si estudio mucho.
ii. El 7 es mayor que 5 y 7 es menor que 1
iii. Teresa va a la escuela o María es inteligente
iv. La ballena no es roja
v. Cinco por ocho es cincuenta o sesenta.
vi. Si corro rápido entonces llegaré temprano
vii. No es cierto que: si Rosa escribe al periódico, entonces le publicaran la carta.

3. Con base en las tablas de verdad y la realidad determine el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones compuestas:

i. Santa Marta es la capital del Magdalena y Sincelejo la de Bolívar.
ii. Cinco por ocho es cuarenta o cincuenta.
iii. Si todos los senadores son honestos, entonces todos los sindicados son culpables.
iv. La ballena es un mamífero, si y solamente si, los tiburones también lo son.
v. Es falso que Gabo haya nacido en Aracataca.
vi. 4 es menor que 8 o 6 es mayor que 10.

4. A la derecha de cada enunciado indique de qué tipo de proposición se trata:

i. **(p --> q) ^ (q --> p)** ____
ii. ~p v q ____
iii. - (p Λ q) ____
iv. (q --> r)] --> (p v r) ____
v. $\neg p \leftrightarrow (q \vee r)$ ____

NÚCLEO TEMÁTICO 2

DIAGRAMAS Y TABLAS DE VERDAD

OBJETIVOS:

- Elaborar correctamente diagramas y tablas de verdad.
- Interpretar los diagramas y tablas de verdad de proposiciones compuestas.
- Diferenciar las tablas de verdad.
- Identificar las tautologías más utilizadas.

DIAGRAMAS DE VERDAD

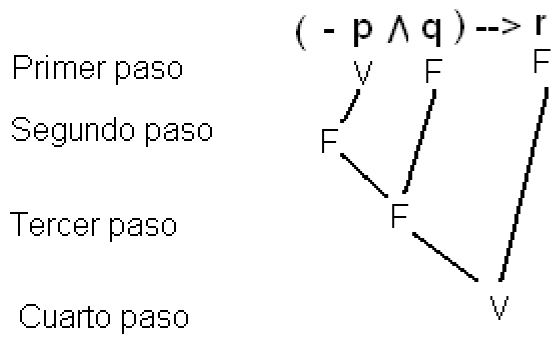
Con relativa frecuencia se desea conocer el valor de verdad de un enunciado, en el cual el valor de verdad de sus proposiciones constituyentes es conocido, el método más conocido y sencillo para resolver este tipo de problemas consiste en elaborar un Diagrama de Verdad siguiendo los siguientes pasos:

1. Se simboliza el enunciado en caso de que sea idiomático.
2. Debajo de cada proposición simple se coloca su valor de verdad.
3. Se determina el valor de verdad de las proposiciones compuestas más sencillas: Negaciones de proposiciones simples y grupos de dos proposiciones simples enlazadas.
4. Se continua el proceso de acuerdo con la estructura del enunciado hasta llegar al último enlace (precisamente el que determina el tipo de proposición) obteniendo así su valor de verdad.

Veamos el siguiente ejemplo:

Si **p** es verdadera y **q** y **r** falsas determina el valor de verdad de la proposición: $(- p \wedge q) \text{-->} r$

Solución:



Por lo tanto la proposición (- p ∧ q) --> r de acuerdo a los valores dados es verdadera.

Veamos otro ejemplo:

Determinar el valor de verdad del enunciado: Si Venezuela es un país norteamericano y Colombia no es un país americano, entonces no se cumple que tengan fronteras comunes o compartan el mismo idioma.

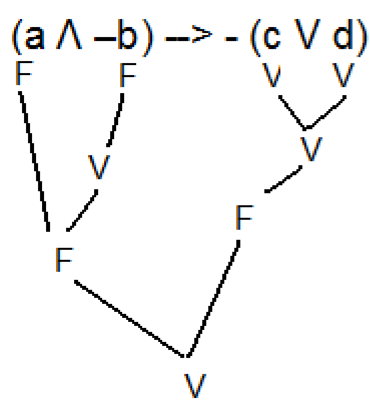
Solución:

Simbolicemos las proposiciones simples y determinemos su valor de verdad:

a: Venezuela es un país norteamericano. (F)
b: Colombia es un país americano. (F)
c: Venezuela y Colombia tienen fronteras comunes. (V)
d: Venezuela y Colombia tienen el mismo idioma. (V)

La proposición simbolizada tiene la forma: (a Λ ─b) --> - (c V d)

Ahora construyamos el diagrama respectivo:



Por lo tanto la proposición (a Λ ─b) --> - (c V d) es verdadera.

EJERCICIOS

Sabiendo que ***a*** es falsa, ***c*** es falsa y ***d*** es verdadera, determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $(a \wedge b) \rightarrow c$
II. $-b \leftrightarrow (c \rightarrow d)$
III. $-(b \wedge d) \vee -c$
IV. $-a \rightarrow (a \leftrightarrow b)$
V. $(a \vee d) \rightarrow -(b \wedge c)$
VI. $-(a \rightarrow -(c \wedge -d))$
VII. $b \rightarrow -((a \vee c) \wedge (d \leftrightarrow a))$
VIII. $-(a \wedge b) \leftrightarrow -(c \rightarrow d)$

TABLAS DE VERDAD

Una **tabla de verdad**, o **tabla de valores de verdad**, es una tabla que despliega el valor de verdad de una proposición compuesta, para cada combinación de valores de verdad que se pueda asignar a sus componentes.

Fue desarrollada por Charles Sanders Peirce por los años 1880, pero el formato más popular es el que introdujo Ludwig Wittgenstein en su *Tractatus logico-philosophicus*, publicado en 1921.

Tomado de: http://es.wikipedia.org/wiki/Tabla_de_verdad

El proceso de construcción de una tabla de verdad empieza por determinar el número de combinaciones posibles de los valores de verdad de las proposiciones simples constituyentes. Si la proposición consta de ***n*** proposiciones simples diferentes, puesto que cada una de ellas tiene dos valores posibles (verdadero o falso), habrá $\mathbf{2^n}$ combinaciones posibles de valores.

En el caso en que el enunciado conste solamente de dos proposiciones habrá $2^2 =$ 4 combinaciones posibles de valores y son los siguientes:

1. Que las dos proposiciones sean verdaderas.
2. Que la primera sea verdadera y la segunda falsa.
3. Que la primera sea falsa y la segunda verdadera.
4. Que las dos proposiciones sean falsas.

La tabla constará de cinco líneas: la del encabezamiento y las de cada uno de los cuatro posibles valores iníciales, como se muestra a continuación:

p	q	
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

De aquí en adelante la técnica consiste en ir reconstruyendo paso a paso la estructura del enunciado e ir determinando, a la vez, los posibles valores de verdad de las partes constituyentes.

Ejemplo.

Determinar cuándo es verdadera y cuando es falsa la proposición: $-(p \wedge q) \rightarrow p$

La proposición que vamos a analizar consta de dos proposiciones simples (p y q) de modo que la tabla tendrá $2^2 = 4$ combinaciones de valores de verdad.

La tabla con las combinaciones iniciales se muestra a continuación:

p	q	
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Procedemos a nombrar una nueva columna como $p \wedge q$ y determinamos sus posibles valores de verdad:

p	q	$p \wedge q$	
V	V	V	
V	F	F	
F	V	F	
F	F	F	

Agregamos ahora la columna correspondiente a $-(p \wedge q)$

p	q	$p \wedge q$	$-(p \wedge q)$	
V	V	V	F	
V	F	F	V	
F	V	F	V	
F	F	F	V	

Por último insertamos la columna correspondiente a toda la proposición, teniendo en cuenta que el antecedente es la cuarta columna y el consecuente, la primera.

p	q	p ∧ q	-(p ∧ q)	-(p ∧ q) → p
V	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	F
F	F	F	V	F

La proposición es verdadera siempre que **p** sea verdadera, y falsa cuando **p** es falsa.

Nótese que los valores de verdad están escritos debajo del conectivo que se está desarrollando.

Ejemplo.

Construya la tabla de verdad de la proposición –(b ∧ d) v –c

Solución:
En este caso hay tres proposiciones simples, luego $2^3 = 8$ combinaciones

b	d	c	–c	b ∧ d	–(b ∧ d)	–(b ∧ d) v –c
V	V	V	F	V	F	F
V	V	F	V	V	F	V
V	F	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	V	F	V	V
F	F	V	F	F	V	V
F	F	F	V	F	V	V

En este caso observamos que la proposición es falsa únicamente cuando las tres proposiciones simples que la componen son verdaderas. En los demás casos es falsa.

EJERCICIOS

Diga en qué casos son verdaderas las siguientes proposiciones.

1. $(p \wedge \neg q) \rightarrow (\neg p \vee q)$
2. $(p \forall q) \leftrightarrow (p \vee q)$
3. $\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$

4. $\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$
5. $\neg(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \neg q)$
6. $p \rightarrow \neg(p \vee q)$
7. $\neg[(p \leftrightarrow \neg q) \wedge (p \wedge r) \rightarrow (q \forall r)]$

TAUTOLOGÍA

Es una proposición que siempre es verdadera, independiente de los valores de verdad de las proposiciones que la constituyen.

Es decir, cuando en la última columna de una tabla de verdad todos los valores son verdaderos, la tabla se denomina una Tautología.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son Tautologías?

CONTRADICCIÓN

Una **Contradicción** o un **Absurdo** es una proposición que siempre es falsa, independiente de los valores de verdad de las proposiciones que la constituyen.

Es decir, cuando en la última columna de una tabla de verdad todos los valores son falsos, la tabla se denomina una Contradicción.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son contradicciones?

Todas las proposiciones del tipo $p \wedge \neg p$ en las cuales se afirma algo y simultáneamente se niega ese algo, constituyen contradicciones.

IMPORTANTE: Un buen argumento no debe tener contradicciones, porque a partir de una contradicción puede deducirse cualquier otra proposición. Dicho de otra forma: la proposición $(p \wedge \neg p) \rightarrow q$ es una Tautología.

Verifíquelo construyendo su tabla de verdad.

PRINCIPIO DE NO CONTRADICCIÓN

El principio de No Contradicción, o a veces llamado Principio de Contradicción, es un principio clásico de la lógica y la filosofía según el cual una proposición y su negación no pueden ser ambas verdaderas al mismo tiempo y en el mismo sentido. El principio también tiene una versión ontológica: nada puede ser y no ser al mismo tiempo y en el mismo sentido una proposición y su negación.

Es decir, cuando en la última columna de una tabla de verdad se obtienen valores verdaderos y falsos, la tabla se denomina Principio de no Contradicción.

El principio de no contradicción puede expresarse así: $\neg(p \wedge \neg p)$

El principio de no contradicción permite juzgar como falso todo aquello que implica una contradicción. De ahí la validez de los argumento por reducción al absurdo (núcleo temático tres)

¿Cuáles de las proposiciones anteriores cumplen con el principio de no contradicción?

Tomado de: wikipedia.org/wiki/Principio_de_no_contradicci%C3%B3n

LISTA DE LAS TAUTOLOGÍAS MÁS UTILIZADAS

$P \vee \neg P$	Ley del Tercero Excluido
$\neg(p \wedge \neg p)$	Ley de la No Contradicción

EQUIVALENCIAS TAUTOLÓGICAS

$p \leftrightarrow \neg(\neg p)$	Ley de la doble negación
$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$	Ley del contrarrecíproco
$\neg(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$	Ley de De Morgan
$\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$	Ley de De Morgan
$(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$	Ley conmutativa
$(p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p)$	Ley conmutativa
$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$	Ley de la equivalencia entre condicional y disyunción
$\neg(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \neg q)$	Ley de la negación del condicional
$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$	Ley del bicondicional

CONDICIONALES TAUTOLÓGICAS

$[(p \to q) \wedge p] \to q$	Ley de separación o Modus Ponems
$[(p \to q) \wedge \neg q] \to \neg p$	Modus Tollendo Tollens
$[(p \vee q) \wedge \neg p] \to q$	Silogismo Tollendo Ponems
$(p \wedge q) \to p$	Ley de simplificación
p *y* q $\to (p \wedge q)$	Ley de adjunción
$p \to (p \vee q)$	Ley de adición
$[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$	Silogismo Hipotético
$[p \to (r \wedge \neg r)] \to \neg p$	Ley del absurdo

NÚCLEO TEMÁTICO 3

TEORÍA DE LA DEDUCCIÓN PROPOSICIONAL

OBJETIVOS:

- Aplicar adecuadamente las tautologías para obtener conclusiones válidas.
- Utilizar con eficiencia los procesos de deducción lógica.
- Identificar las falacias más comunes.

En este núcleo trataremos la deducción lógica o inferencia cuando las proposiciones simples se conservan a lo largo de toda una argumentación.

DEDUCCIÓN LÓGICA:

Se dice que una proposición ***q*** se deduce lógicamente de un conjunto de proposiciones p_1, p_2, p_3, p_4,…, p_n, si la condicional $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge p_4 \wedge ,\dots, \wedge p_n \to q$ es una Tautología.

CRITERIO DE VALIDEZ LOGICA:

- ✓ Un argumento es lógicamente válido o correcto si de la conjunción de las premisas se deduce lógicamente la conclusión.
- ✓ Un argumento no es válido o incorrecto si en algún caso las premisas pueden ser verdaderas y la conclusión falsa.
- ➢ Algunos argumentos válidos contienen solamente premisas verdaderas, por ejemplo:
- ➢

Todo hombre normal tiene cerebro.

Todo hombre que tiene cerebro piensa.

Luego entonces: Todo hombre normal piensa.

- Pero puede haber argumentos válidos donde todas las premisas sean falsas, por ejemplo:

Todos los perros son habladores.

Todos los habladores son mentirosos.

En conclusión: Todos los perros son mentirosos.

Lo que sí se puede asegurar es, que la falsedad de la conclusión garantiza que el argumento es no valido o que por lo menos una de las premisas es falsa.

Ejemplo:

Se desea saber si la conclusión “Colombia es un país asombroso” se deduce lógicamente de las premisas:

“Colombia es un país asombroso o Cuba es una democracia”
“Cuba no es una democracia”

Primero simbolicemos las proposiciones simples:

p: Colombia es un país asombroso.
q: Cuba es una democracia.

La argumentación puede simbolizarse:

$p \vee q$ Premisa 1.
$\neg q$ Premisa 2
p Conclusión

Para decidir si la argumentación es válida determinemos si conclusión (p) se deduce lógicamente de la conjunción de las premisas $(p \vee q) \wedge \neg q$. En otras palabras, si la condicional $[(p \vee q) \wedge \neg q] \rightarrow p$ es una tautología. Para ello elaboremos su tabla de verdad:

p	q	$p \vee q$	$\neg q$	$(p \vee q) \wedge \neg q$	$[(p \vee q) \wedge \neg q] \to p$
V	V	V	F	F	V
V	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V
F	F	F	V	F	V

Puesto que $[(p \vee q) \wedge \neg q] \to p$ es una tautología, se infiere que **p** se deduce lógicamente de $(p \vee q) \wedge \neg q$

En la medida que los argumentos sean más complejo (contengan más proposiciones simples), elaborar una tabla de verdad para comprobar su validez podría convertirse en una actividad tediosa y poco funcional.

Veamos entonces como podemos utilizar las tautologías vistas en núcleo anterior para desarrollar una teoría de la deducción mucho más práctica.

EMPLEO DE LAS TAUTOLOGÍAS PARA LA DEDUCCIÓN LÓGICA

Analicemos las tautologías más utilizadas en la deducción lógica.

1. LEY DE SEPARACIÓN O MODUS PONENDOMS PONEMS (PP)

Su forma línea es: $[(p \to q) \wedge p] \to q$

Por lo tanto en una argumentación de la forma:

(1) $p \to q$ Premisa
(2) p Premisa
Se puede concluir q, con base en la tautología llamada Lay de Separación o Modus Ponendoms Ponems (PP)

Ejemplo: En la argumentación:

Si el mar está sereno, entonces podemos bañarnos sin peligro.
El mar está sereno.
Se puede concluir: Podemos bañarnos sin peligro.

2. USO DEL SILOGISMO TOLLENDO PONEMS (TP)

Su forma lineal es: $[(p \vee q) \wedge \neg p] \to q$

De manera que, en una argumentación de la forma:

(1) p v q Premisa.
(2) – p Premisa
Se puede concluir q, con base en el Silogismo Disyuntivo o Tollendo Ponems.

Ejemplo: En la argumentación:

El mejor futbolista de la historia es Maradona o Pelé.
Maradona no es el mejor futbolista de la historia.
Conclusión: Pelé es el mejor futbolista de la historia.

3. USO DEL MODUS TOLLENDO TOLLENS (TT)

Su forma lineal es: $[(p \to q) \wedge \neg q] \to \neg p$

En una argumentación de la forma:

(1) $p \to q$ Premisa
(2) – q Premisa
Se puede concluir – p con base en el T T.

Ejemplo: En la argumentación:

Si el profesor explica bien, todos los alumnos entenderán la clase.
Algunos estudiantes entendieron la clase.
Conclusión: El profesor no explica bien.

4. USO DEL SILOGISMO HIPOTETICO (SH)

Su forma lineal es: $[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$

Luego una argumentación de la forma:

(1) $p \to q$ Premisa.
(2) $q \to r$ Premisa.
Podemos concluir $p \to r$ con base en la tautología llamada silogismo hipotético.

Ejemplo: En la argumentación:

Si baja la presión atmosférica, entonces lloverá.
Si llueve, no es conveniente ir de paseo al rio.
En conclusión: Si baja la presión atmosférica, no es conveniente ir de paseo a rio.

De la igual forma se pueden emplear las demás tautologías tratadas en el núcleo 2

LA DEDUCCIÓN LÓGICA

El proceso de deducción proposicional o inferencia lógica consiste en deducir la conclusión propuesta en un argumento o hallarla si ésta no ha sido planteada, utilizando adecuadamente las tautologías conocidas y siguiendo las reglas que a continuación se detallan.

REGLAS DE LA DEDUCCIÓN PROPOSICIONAL

A continuación se plantean cuatro sencillas reglas, las cuales deben ser analizadas calmadamente antes de adentrarse en el interesante mundo de la deducción lógica.

Inicialmente estudiaremos tres.

1. REGLA DE LA UTILIZACIÓN DE LAS PREMISAS (Regla P).

Podemos utilizar una premisa en cualquier punto de la deducción. En otras palabras podemos hacer uso de una premisa en el momento que la necesitemos.

2. REGLA DE INTRODUCCIÓN DE PROPOSICIONES (Regla I)

Podemos introducir una proposición en una deducción, si esa proposición ha sido deducida lógicamente, es decir, una proposición que ha sido deducida se convierte en una premisa y se le puede aplicar la Regla P.

3. REGLA DE PRUEBA DEL CONDICIONAL (Regla PC)

Si tenemos una conclusión de la forma $p \to q$ podemos anexar **p**, al conjunto de premisas y concluir **q**.

EJEMPLOS

1. Verifiquemos la siguiente argumentación:

Llueve o hace calor. Pero si está nublado, entonces no hace calor. Está nublado. En conclusión: Llueve.

Simbolicemos las premisas:

p: Llueve.
q: Hace calor.
r: Está nublado

Simbolicemos el argumento:

(1) p v q Premisa
(2) $r \to \neg q$ Premisa
(3) r Premisa.

---

p Conclusión

Ahora procedamos a verificar si, efectivamente la conclusión planteada se puede deducir lógicamente del conjunto de premisas:

Aplicando (PP) en las premisas 3 y 2 se concluye $\neg q$

$$\begin{array}{l} r \to \neg q \\ r \\ \hline \neg q \end{array} \quad (4)$$

Ahora podemos aplicar (TP) con las premisa 4 y 1 para obtener **p** que era lo que se estaba buscando:

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg q \\ \hline p \end{array}$$

2. Obtenga la conclusión final en la siguiente argumentación:

Si los precios son altos, entonces los salarios son altos. Los precios son altos o hay control de precios. Además si hay control de precios, entonces no hay inflación. Sin embargo hay inflación.

Simbolicemos las proposiciones simples:

p: Los precios son altos.
q: Los salarios son altos.
r: Hay control de precios.
s: Hay inflación.

Simbolicemos la argumentación:

(1) $p \to q$
(2) $p \vee r$
(3) $r \to \neg s$
(4) s

Realicemos el proceso deductivo:

Aplicando (T T) con las premisas 3 y 4 podemos deducir $\neg r$

$$\begin{array}{l} r \to \neg s \\ s \\ \hline \neg r \end{array} \quad (5)$$

Usando (TP) con las premisas 2 y 5 inferimos p.

$$\begin{array}{l} p \vee r \\ \neg r \\ \hline p \end{array} \quad (6)$$

Por último usamos (PP) con las premisas 1 y 6 para concluir q

$$\begin{array}{l} p \to q \\ p \\ \hline q \end{array}$$

En conclusión: Los salarios son altos

3. Con el siguiente esquema, elabore el proceso deductivo que lleve a la conclusión.

(1) $a \vee \neg b$
(2) c
(3) $\neg b \to \neg d$
(4) $\neg e \to d$
(5) $\neg a$

$$\frac{\qquad}{e \wedge c}$$

Solución:

De 1 y 5 (TP)

$$\begin{array}{l} a \vee \neg b \\ \neg a \\ \hline \neg b \qquad (6) \end{array}$$

De 6 y 3 (PP)

$$\begin{array}{l} \neg b \to \neg d \\ \neg b \\ \hline \neg d \qquad (7) \end{array}$$

De 7 y 4 (T T)

$$\begin{array}{l} \neg e \to d \\ \neg d \\ \hline e \qquad (8) \end{array}$$

De 2 y 8 Ley de Adjunción.

$$\begin{array}{l} c \\ e \\ \hline e \wedge c \end{array}$$

4. Elabore el proceso deductivo que lleve a la conclusión planteada.

$$
\begin{array}{l}
1)\ p \rightarrow \neg q \\
2)\ \neg r \rightarrow s \\
3)\ \neg s \vee p \\
\hline
\neg r \rightarrow \neg q
\end{array}
$$

Solución:

Puesto que la conclusión es una condicional, apliquemos la regla de prueba del condicional, es decir, propongamos $\neg r$ como premisa para ver si podemos concluir $\neg q$

$\neg r (4)$

De 4 y 2 (PP)

$$
\begin{array}{ll}
\neg r \rightarrow s & \\
\neg r & \\
\hline
s & (5)
\end{array}
$$

De 3 y 5 (TP)

$$
\begin{array}{ll}
\neg s \vee p & \\
s & \\
\hline
p & (6)
\end{array}
$$

Por último de 1 y 5 (PP)

$$
\begin{array}{l}
p \rightarrow \neg q \\
p \\
\hline
\neg q
\end{array}
$$

EJERCICIOS

En cada uno de los siguientes ejercicios realice el proceso lógico que conduce a la conclusión dada:

1.

$$\begin{array}{l} p \rightarrow \neg q \\ r \rightarrow p \\ \neg q \rightarrow s \\ r \\ \hline s \end{array}$$

2.

$$\begin{array}{l} a \\ b \vee c \\ \neg a \vee \neg b \\ \hline c \end{array}$$

3.

$$\begin{array}{l} t \rightarrow a \\ \neg w \rightarrow m \\ a \rightarrow \neg w \\ \neg m \\ h \vee b \rightarrow t \\ \hline \neg h \wedge \neg b \end{array}$$

4.

$$\begin{array}{l} c \rightarrow \neg b \\ b \wedge t \\ p \rightarrow \neg u \\ \neg t \vee u \\ \hline \neg c \wedge \neg p \end{array}$$

Simbolice el argumento y obtenga la conclusión indicada a partir de las premisas dadas, utilizando las reglas de inferencia.

1. Iremos a Bogotá en carro o iremos en avión. Si no disfrutamos del paisaje, será un viaje aburridor. Si vamos en avión, no disfrutaremos del paisaje. Definitivamente, no será un viaje aburridor. En consecuencia iremos a Bogotá en carro.

2. Si no es posible sacar los productos de los campesinos al mercado, aumentarán los precios de los comestibles. Si hay protestas campesinas, no será posible transitar por las carreteras intermunicipales. Si el Estado no cumple sus funciones sociales, habrá protestas campesinas. Si no es posible transitar por las carreteras intermunicipales, los campesinos no podrán sacar sus productos al mercado. En conclusión: si el Estado no cumple sus funciones sociales, aumentarán los precios de los comestibles.

3. Si Descartes tiene la razón, entonces todo el que piensa existe. Si no se puede garantizar la existencia de todas las cosas, entonces de lo único que tenemos conciencia es de nuestra propia existencia. No se puede garantizar la existencia de todas las cosas, si todo el que piensa existe. Demos por sentado que Descartes tenía la razón. Se colige entonces que: de lo único que tenemos conciencia es de nuestra propia existencia.

Veamos ahora la cuarta regla de la deducción proposicional

4. REGLA DE PRUEBA POR REDUCCIÓN AL ABSURDO (REGLA RAA)

Esta regla nos dice que si al negar la conclusión de un conjunto de premisas llegamos (en el proceso deductivo) a una contradicción, esto nos indica que la conclusión planteada es correcta, puesto que su negación no lo es.

Expresado de otra forma: para demostrar que un conjunto de premisas conduce lógicamente a una conclusión, podemos agregar la negación de la conclusión al conjunto de premisas, y obtener alguna contradicción.

Ejemplos:

1. Utilizando la regla de reducción al absurdo, obtener la conclusión dada.

$$1)\, p \to \neg q$$
$$2)\, \neg p \to r$$
$$3)\, \neg s$$
$$4)\, s \vee q$$

$$r$$

Solución.

$5)\, \neg r$ Regla de reducción al absurdo.

De 5 en 2 (T T)

$$\begin{array}{l} \neg p \to r \\ \neg r \\ \hline p \qquad (6) \end{array}$$

De 6 en 1 (PP)

$$\begin{array}{l} p \to \neg q \\ p \\ \hline \neg q \qquad (7) \end{array}$$

De 7 en 4 (TP)

$$\begin{array}{l} s \vee q \\ \neg q \\ \hline s \qquad (8) \end{array}$$

Aplicando la ley de adjunción con las premisas 8 y 3 obtenemos:

$$\begin{array}{l} s \\ \neg s \\ \hline s \wedge \neg s \end{array}$$

Puesto que se ha llegado a una contradicción. Aquí termina la demostración.

2. Utilizando la regla de reducción al absurdo, obtener la conclusión dada.

$$1) \neg p \rightarrow q$$

$$2) r \vee s$$

$$\underline{3) \neg s \vee \neg p}$$

$$\neg r \rightarrow q$$

Solución:

$4) \neg(\neg r \rightarrow q)$ (RAA)

$5) \neg r \wedge \neg q$ Negación de la condicional.

De 5 deducimos:

$6) \neg q$ Ley de separación de la conjunción.

De 6 en 1 (T T)

$$\frac{\begin{array}{l} \neg p \rightarrow q \\ \neg q \end{array}}{p \qquad (7)}$$

De 7 en 3 (TP)

$$\frac{\begin{array}{l} \neg s \vee \neg p \\ p \end{array}}{\neg s \qquad (8)}$$

De 8 en 2 (TP)

$$\frac{\begin{array}{l} r \vee s \\ \neg s \end{array}}{r \qquad (9)}$$

De 5 deducimos:

$10) \neg r$ Ley de separación de la conjunción

Aplicando la ley de adjunción con las premisas 9 y 10 obtenemos:

$$\frac{\begin{array}{l} r \\ \neg r \end{array}}{r \wedge \neg r}$$

¡Absurdo!

EJERCICIOS

WEBGRAFÌA

Un curso completo de lógica lo encontrarás en:

http://www.sepi.upiicsa.ipn.mx/sab/rfinsab_jtz.pdf

Para complementar lo anterior:

http://www.slideshare.net/geartu/lgica-matemtica-1521473