

DERIVADAS (1)

Derivada de una constante

$$f(x) = K \quad K \in \mathbb{R}$$

$$F'(x) = 0$$

LA DERIVADA DE UNA CONSTANTE es cero.

Ejercicio nº 1) $f(x) = 7$

Sol: $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio nº 2) $f(x) = -4$

Sol: $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio nº 3) $f(x) = e$

Sol: $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio nº 4) $f(x) = \pi$

Sol: $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio nº 5) $f(x) = \frac{-\sqrt[3]{3}}{\sqrt{7}}$

Sol: $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio nº 6) $f(x) = \frac{-e^4}{\sqrt{37}}$

Sol: $f'(x) = \boxed{0}$

Derivada de una función potencial: Forma simple

$$f(x) = x^r \quad r \in \mathbb{R}$$

$$f'(x) = r \cdot x^{r-1}$$

LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN POTENCIAL es igual al exponente por la variable elevado a una unidad menos.

Ejercicio nº 7) $f(x) = x^6$

Sol: $f'(x) = 6x^{6-1} = \boxed{6x^5}$

Ejercicio nº 8) $f(x) = x^3$

Sol: $f'(x) = 3x^{3-1} = \boxed{3x^2}$

Ejercicio nº 9) $f(x) = x^{\frac{5}{2}}$

Sol: $f'(x) = \frac{5}{2} x^{\frac{5}{2}-1} = \frac{5}{2} x^{\frac{5}{2}-\frac{2}{2}} = \frac{5}{2} x^{\frac{3}{2}} = \frac{5\sqrt{x^3}}{2} = \boxed{\frac{5x\sqrt{x}}{2}}$

Ejercicio nº 10) $f(x) = x^{-7}$

Sol: $f'(x) = -7x^{-7-1} = -7x^{-8} = \boxed{\frac{-7}{x^8}}$

Ejercicio nº 11) $f(x) = x^{\frac{-4}{7}}$

Sol: $f'(x) = \frac{-4}{7} x^{\frac{-4}{7}-1} = \frac{-4}{7} x^{\frac{-4}{7}-\frac{7}{7}} = \frac{-4}{7} x^{\frac{-11}{7}} = \frac{-4}{7x^{\frac{11}{7}}} = \frac{-4}{7\sqrt[7]{x^{11}}} = \boxed{\frac{-4}{7x^2\sqrt{x^4}}}$

Ejercicio nº 12) $f(x) = x$

Sol: $f'(x) = 1x^{1-1} = 1x^0 = \boxed{1}$

Ejercicio n° 13) $f(x) = \frac{1}{x^3}$

Sol: $f(x) = \frac{1}{x^3} = x^{-3}$ $f'(x) = -3x^{-3-1} = -3x^{-4} = \boxed{\frac{-3}{x^4}}$

Ejercicio n° 14) $f(x) = \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}}$

Sol: $f(x) = \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} = x^{-\frac{3}{2}}$ $f'(x) = -\frac{3}{2}x^{-\frac{3}{2}-1} = -\frac{3}{2}x^{-\frac{3}{2}-\frac{2}{2}} = -\frac{3}{2}x^{-\frac{5}{2}} = -\frac{3}{2x^{\frac{5}{2}}} = \boxed{\frac{-3}{2\sqrt{x^5}}}$

Ejercicio n° 15) $f(x) = \sqrt{x}$

Sol: $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ $f'(x) = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-\frac{2}{2}} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} = \boxed{\frac{1}{2\sqrt{x}}}$

Ejercicio n° 16) $f(x) = \sqrt[5]{x}$

Sol: $f(x) = \sqrt[5]{x} = x^{\frac{1}{5}}$ $f'(x) = \frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}-1} = \frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}-\frac{5}{5}} = \frac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{5x^{\frac{4}{5}}} = \boxed{\frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}}$

Ejercicio n° 17) $f(x) = \sqrt[5]{x^4}$

Sol: $f(x) = \sqrt[5]{x^4} = x^{\frac{4}{5}}$ $f'(x) = \frac{4}{5}x^{\frac{4}{5}-1} = \frac{4}{5}x^{\frac{4}{5}-\frac{5}{5}} = \frac{4}{5}x^{-\frac{1}{5}} = \frac{4}{5x^{\frac{1}{5}}} = \boxed{\frac{4}{5\sqrt[5]{x}}}$

Ejercicio n° 18) $f(x) = \sqrt[4]{x^{11}}$

Sol: $f(x) = \sqrt[4]{x^{11}} = x^{\frac{11}{4}}$ $f'(x) = \frac{11}{4}x^{\frac{11}{4}-1} = \frac{11}{4}x^{\frac{11}{4}-\frac{4}{4}} = \frac{11}{4}x^{\frac{7}{4}} = \frac{11}{4}\sqrt[4]{x^7} = \boxed{\frac{11x^{\frac{7}{4}}\sqrt[4]{x^3}}{4}}$

Ejercicio n° 19) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

Sol: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{-\frac{1}{2}}$ $f'(x) = -\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} = \frac{-1}{2x^{\frac{3}{2}}} = \boxed{\frac{-1}{2\sqrt{x^3}}}$

Ejercicio n° 20) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$

Sol: $f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{5}}} = x^{-\frac{1}{5}}$ $f'(x) = -\frac{1}{5}x^{-\frac{1}{5}-1} = -\frac{1}{5}x^{-\frac{6}{5}} = \frac{-1}{5x^{\frac{6}{5}}} = \frac{-1}{5\sqrt[5]{x^6}} = \boxed{\frac{-1}{5x^{\frac{6}{5}}\sqrt[5]{x}}}$

Ejercicio n° 21) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^7}} = \frac{1}{x^{\frac{7}{3}}}$

Sol: $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^7}} = \frac{1}{x^{\frac{7}{3}}}$ $f'(x) = -\frac{7}{3}x^{\frac{7}{3}-1} = -\frac{7}{3}x^{\frac{7}{3}-\frac{3}{3}} = -\frac{7}{3}x^{-\frac{4}{3}} = \frac{-7}{3x^{\frac{4}{3}}} = \frac{-7}{3\sqrt[3]{x^4}} = \boxed{\frac{-7}{3x^{\frac{4}{3}}\sqrt[3]{x}}}$

Derivada de una función logarítmica: Forma simple

$$f(x) = \ln x \quad f'(x) = \frac{1}{x}$$

Ejercicio n° 22) $f(x) = \ln(x)$ Sol: $f'(x) = \frac{1}{x}$

Derivada de una función exponencial con base e: Forma simple

$$f(x) = e^x \quad f'(x) = e^x$$

Ejercicio n° 23) $f(x) = e^x$ Sol: $f'(x) = e^x$

Derivada de una función exponencial con base distinta del número e: Forma simple

$$f(x) = a^x \quad f'(x) = a^x \cdot \ln a$$

Ejercicio n° 24) $f(x) = 9^x$ Sol: $f'(x) = 9^x \ln 9$

Ejercicio n° 25) $f(x) = 2^x$ Sol: $f'(x) = 2^x \ln 2$

Ejercicio n° 26) $f(x) = \left(\frac{7}{5}\right)^x$ Sol: $f'(x) = \left(\frac{7}{5}\right)^x \ln\left(\frac{7}{5}\right)$

Ejercicio n° 27) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ Sol: $f'(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

Ejercicio n° 28) $f(x) = 0.25^x$ Sol: $f'(x) = 0.25^x \ln(0.25)$

Derivada de una función trigonométrica tipo seno

$$f(x) = \text{sen } x \quad f'(x) = \text{cos } x$$

Ejercicio n° 29) $f(x) = \text{sen}(x)$ Sol: $f'(x) = \text{cos}(x)$

Derivada de una función trigonométrica tipo coseno

$$f(x) = \cos x \quad f'(x) = -\operatorname{sen} x$$

Ejercicio n° 30) $f(x) = \cos(x)$ $f'(x) = \boxed{-\operatorname{sen}(x)}$

Derivada de una función trigonométrica tipo tangente: Forma simple

$$f(x) = \operatorname{tg} x \quad f'(x) = 1 + \operatorname{tg}^2 x = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Ejercicio n° 31) $f(x) = \operatorname{tg}(x)$ $f'(x) = \boxed{\frac{1}{\cos^2(x)}}$

Derivada de una función trigonométrica tipo arco seno: Forma simple

$$f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{sen} x \quad f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Ejercicio n° 32) $f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{sen}(x)$ Sol: $f'(x) = \boxed{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}$

Derivada de una función trigonométrica tipo arco tangente: Forma simple

$$f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} x \quad f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

Ejercicio n° 33) $f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{tg}(x)$ Sol: $f'(x) = \boxed{\frac{1}{1+x^2}}$

DERIVADAS (2)

$$y = k \cdot f(x)$$

$$y' = k \cdot f'(x)$$

LA DERIVADA DE UNA CONSTANTE POR UNA FUNCIÓN es igual a la constante por la derivada de la función

Derivada de una función potencial: Forma simple

Ejercicio nº 1) $f(x) = 4x$

Sol: $f'(x) = \boxed{4}$

Ejercicio nº 2) $f(x) = -5x$

Sol: $f'(x) = \boxed{-5}$

Ejercicio nº 3) $f(x) = \frac{2}{5}x$

Sol: $f'(x) = \boxed{\frac{2}{5}}$

Ejercicio nº 4) $f(x) = \sqrt{2}x$

Sol: $f'(x) = \boxed{\sqrt{2}}$

Ejercicio nº 5) $f(x) = 8x^3$

Sol: $f'(x) = 8 \cdot 3x^2 = \boxed{24x^2}$

Ejercicio nº 6) $f(x) = 2x^7$

Sol: $f'(x) = 2 \cdot 7x^6 = \boxed{14x^6}$

Ejercicio nº 7) $f(x) = 5x^{\frac{9}{2}}$

Sol: $f'(x) = 5 \cdot \frac{9}{2} x^{\frac{9}{2}-1} = \frac{45}{2} x^{\frac{7}{2}} = \boxed{\frac{45}{2} \sqrt{x^7}}$

Ejercicio nº 8) $f(x) = 3x^{-6}$

Sol: $f'(x) = 3(-6)x^{-7} = -18x^{-7} = \boxed{\frac{-18}{x^7}}$

POTENCIAS
Sigue recordando:

$$a^{\frac{b}{c}} = \sqrt[c]{a^b}$$

Ejercicio nº 9) $f(x) = 4x^{\frac{-3}{7}}$

$$f'(x) = 4 \left(\frac{-3}{7} \right) x^{\frac{-3}{7}-1} = \frac{-12}{7} x^{\frac{-3-7}{7}} = \frac{-12}{7} x^{\frac{-10}{7}} = \frac{-12}{7x^{\frac{10}{7}}} = \boxed{\frac{-12}{7\sqrt[7]{x^{10}}}}$$

Sol:

Ejercicio n° 10) $f(x) = \frac{4}{x}$

Sol: $f(x) = \frac{4}{x} = 4x^{-1}$ $f'(x) = 4(-1)x^{-1-1} = -4x^{-2} = \boxed{\frac{-4}{x^2}}$

Ejercicio n° 11) $f(x) = \frac{5}{x^7}$

Sol: $f'(x) = \frac{-10}{7\sqrt[7]{x^9}}$

Ejercicio n° 12) $f(x) = 3\sqrt{x}$

Sol: $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}}$

Ejercicio n° 13) $f(x) = -4\sqrt{x}$

Sol: $f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{x}}$

Ejercicio n° 14) $f(x) = 3\sqrt[5]{x}$

Sol: $f'(x) = \frac{3}{5\sqrt[5]{x^4}}$

Ejercicio n° 15) $f(x) = 2\sqrt[5]{x^3}$

Sol: $f'(x) = \frac{6}{5\sqrt[5]{x^2}}$

Ejercicio n° 16) $f(x) = 5\sqrt[3]{x^7}$

Sol: $f'(x) = \frac{5\sqrt[3]{x^4}}{3}$

Ejercicio n° 17) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}}$

Sol: $f'(x) = \frac{-3}{2\sqrt{x^3}}$

Ejercicio n° 18) $f(x) = \frac{5}{\sqrt[6]{x}}$

Sol: $f'(x) = \frac{-5}{6\sqrt[6]{x^7}}$

Ejercicio n° 19) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x^5}}$

Sol: $f'(x) = \frac{-3}{2\sqrt{x^3}}$

Ejercicio n° 20) $f(x) = \frac{4}{\sqrt[3]{x^2}}$ Sol: $f'(x) = \frac{-8}{5\sqrt[3]{x^7}}$

Ejercicio n° 21) $f(x) = \frac{5}{\sqrt[3]{x^8}}$ Sol: $f'(x) = \frac{-40}{3\sqrt[3]{x^5}}$

$$y = f(x) + g(x) \quad y' = f'(x) + g'(x)$$

LA DERIVADA DE UNA SUMA DE FUNCIONES es igual a suma de las derivadas de las funciones

Ejercicio n° 22) $f(x) = x^3 + x^2 + x + 5$ Sol $f'(x) = \boxed{3x^2 + 2x + 1}$

Ejercicio n° 23) $f(x) = 5x^3 + 3x^2 + 6x + 5$ Sol: $f'(x) = \boxed{15x^2 + 6x + 6}$

Ejercicio n° 24) $f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 6x + 8$ Sol $f'(x) = -6x^2 + 6x - 6$

Ejercicio n° 25) $f(x) = x^{-3} + x^2 + x^{-1} + 7$ Sol: $f'(x) = -3x^{-4} + 2x - x^{-2}$

Ejercicio n° 26) $f(x) = x^{\frac{1}{2}} + 4x^{\frac{2}{3}} + 7x + 3$ Sol: $f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + \frac{8}{3}x^{-\frac{1}{3}} + 7$

Ejercicio n° 27) $f(x) = 4x^{-5} + 6x^{\frac{3}{2}} + 3x^{-\frac{5}{2}} + 3$ Sol: $f'(x) = -20x^{-6} + 9x^{\frac{1}{2}} - \frac{15}{2}x^{-\frac{7}{2}}$

Ejercicio n° 28) $f(x) = \frac{2}{5}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + 5x - 3$ Sol: $f'(x) = \frac{6}{5}x^2 + \frac{1}{2}x + 5$

Ejercicio n° 29) $f(x) = \frac{8}{3}x^4 + \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} + 5x^{-\frac{2}{5}} - 13$ Sol: $f'(x) = \frac{32}{3}x^3 + \frac{10}{9}x^{-\frac{1}{3}} - 2x^{-\frac{7}{5}}$

$$y = f(x) \cdot g(x) \quad y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

LA DERIVADA DE UN PRODUCTO DE FUNCIONES es igual a la derivada de la primera función por la segunda función mas la primera función por la derivada de la segunda función

Ejercicio n° 30) $f(x) = (3x^2 + 3)(2x^2 + 1)$

Solución:

$$f'(x) = 6x(2x^2 + 1) + (3x^2 + 3)4x = 12x^3 + 6x + 12x^3 + 12x = 24x^3 + 18x = \boxed{6x(4x^2 + 3)}$$

Ejercicio n° 31) $f(x) = (4x^3 - 6)(4x^2 + 4)$

Solución:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 12x^2(4x^2 + 4) + (4x^3 - 6)8x = 48x^4 + 48x^2 + 32x^4 - 48x = \\ &= 80x^4 + 48x^2 - 48x = \boxed{16x(5x^3 + 3x - 3)} \end{aligned}$$

Ejercicio n° 32) $f(x) = (-x^2 + 4x + 5)(4x^4 - 3)$

Solución:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (-2x + 4)(4x^4 - 3) + (-x^2 + 4x + 5)16x^3 = -8x^5 + 6x + 16x^4 - 12 - 16x^5 + 64x^4 + 80x^3 = \\ &= -24x^5 + 80x^4 + 80x^3 + 6x - 12 = \boxed{-2(12x^5 - 40x^4 - 40x^3 - 3x + 6)} \end{aligned}$$

Ejercicio n° 33) $f(x) = (x + 5x^2 + 6x^3)(4x^2 - 5)$

Solución: $f'(x) = 120x^4 + 80x^3 - 78x^2 - 50x - 5$

$$y = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$y' = \frac{g(x) \cdot f'(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

LA DERIVADA DE UN COCIENTE DE FUNCIONES es igual a la derivada de la función del numerador por la función del denominador menos la función del numerador por la derivada de la función del denominador, dividido todo ello por el denominador al cuadrado

Ejercicio n° 34) $f(x) = \frac{2x^3 + 5}{4x^2 + 7}$

Solución:

$$f'(x) = \frac{6x^2(4x^2 + 7) - (2x^3 + 5)8x}{(4x^2 + 7)^2} = \frac{24x^4 + 42x^2 - 16x^4 - 40x}{(4x^2 + 7)^2} = \frac{8x^4 + 42x^2 - 40x}{(4x^2 + 7)^2} = \frac{2x(4x^3 + 21x - 20)}{(4x^2 + 7)^2}$$

Ejercicio n° 35) $f(x) = \frac{4x^3 - 5x^2}{3x^2 - 4}$

Solución:

$$f'(x) = f(x) = \frac{(12x^2 - 10x)(3x^2 - 4) - (4x^3 - 5x^2)6x}{(3x^2 - 4)^2} = \frac{36x^4 - 48x^2 - 30x^3 + 40x - 24x^4 + 30x^3}{(3x^2 - 4)^2} =$$

$$= \frac{12x^4 - 48x^2 + 40x}{(3x^2 - 4)^2} = \boxed{\frac{4x(3x^3 - 12x + 10)}{(3x^2 - 4)^2}}$$

Ejercicio nº 36) $f(x) = \frac{x^{-2} + x^4 - 6}{3x^3 + 4x^4}$

Solución: $f'(x) = \frac{3x^7 + 96x^4 + 54x^3 - 28x - 18}{x^7(4x+3)^2}$

Ejercicio nº 37) $f(x) = \frac{3x^2 + 2x + 3}{3x^2 + 7}$

Solución: $f'(x) = \frac{-2(3x^2 - 12x - 7)}{(3x^2 + 7)^2}$

Ejercicio nº 38) $f(x) = \frac{x^{-2} + x^5 - 6}{x^4 + x^{-3}}$

Solución: $f'(x) = \frac{x^{14} + 24x^9 + 2x^7 - 18x^2 + 1}{(x^7 + 1)^2}$

Derivada de una función logarítmica: Forma simple: Recuerda:

$$f(x) = \ln x \qquad f'(x) = \frac{1}{x}$$

Ejercicio nº 39) $f(x) = 5\ln(x)$ Sol: $f'(x) = \boxed{\frac{5}{x}}$

Ejercicio nº 40) $f(x) = \frac{3}{5}\ln(x)$ Sol: $f'(x) = \boxed{\frac{3}{5x}}$

DERIVADAS (3)

AVISO

En las fórmulas de las derivadas que aparecen a continuación, cuando ponemos la letra ***u***, lo que estamos representando es una función que depende de la variable **x**, y que realmente se debe escribir ***u(x)***

Derivada de una función logarítmica: Forma compuesta simple

$$y = \ln u(x) \qquad y' = \frac{u'}{u}$$

LA DERIVADA DEL LOGARITMO NEPERIANO DE UNA FUNCIÓN DE **x es igual a la derivada de la función de **x** dividida entre dicha función**

Ejercicio n° 1) $f(x) = \ln(2x)$ Sol: $f'(x) = \frac{2}{2x} = \boxed{\frac{1}{x}}$

Ejercicio n° 2) $f(x) = \ln\left(\frac{3x}{4}\right)$ Sol: $f'(x) = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3x}{4}} = \boxed{\frac{1}{x}}$

Ejercicio n° 3) $f(x) = \ln\left(\frac{5x}{2}\right)$ Sol: $f'(x) = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5x}{2}} = \boxed{\frac{1}{x}}$

Ejercicio n° 4) $f(x) = \ln(3x)$ Sol: $f'(x) = \frac{3}{3x} = \boxed{\frac{1}{x}}$

Ejercicio n° 5) $f(x) = 4\ln(5x)$ Sol: $f'(x) = 4 \frac{5}{5x} = \boxed{\frac{4}{x}}$

Ejercicio n° 6) $f(x) = \frac{3}{2}\ln(7x)$ Sol: $f'(x) = \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 7x} = \boxed{\frac{3}{2x}}$

Ejercicio nº 7) $f(x) = \frac{-4}{5} \ln\left(\frac{2x}{3}\right)$ Sol: $f'(x) = \frac{-4}{5} \cdot \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2x}{3}} = \boxed{\frac{-4}{5x}}$

LOGARITMOS
Recuerda de la ESO:

$$\mathbf{Ln(a^b) = bLn(a)}$$

EL LOGARITMO DE “a” ELEVADO A “b” es igual al exponente b multiplicado por el logaritmo de a

Ejercicio nº 8) $f(x) = \ln(x^2)$ Sol: $f(x) = \ln(x^2) = 2\ln(x)$ $f'(x) = \boxed{\frac{2}{x}}$

Ejercicio nº 9) $f(x) = \ln(x^{-5})$

Sol: $f(x) = \ln(x^{-5}) = -5\ln(x)$ $f'(x) = \frac{-5x^{-6}}{x^{-5}} = \frac{-5x^5}{x^6} = \boxed{\frac{-5}{x}}$

Ejercicio nº 10) $f(x) = 3\ln(x^4)$

Sol: $f(x) = 3\ln(x^4) = 3 \cdot 4\ln(x) = 12\ln(x)$ $f'(x) = 12 \cdot \frac{1}{x} = \boxed{\frac{12}{x}}$

Ejercicio nº 11) $f(x) = 7\ln\left(\frac{2}{x^5}\right)$

Sol: $f(x) = 7\ln\left(\frac{2}{x^5}\right) = 7 \cdot \frac{2}{5} \ln(x) = \frac{14}{5} \ln(x)$ $f'(x) = \boxed{\frac{14}{5x}}$

Ejercicio nº 12) $f(x) = -6\ln\left(\frac{1}{x^2}\right)$

Sol: $f(x) = -6 \ln\left(x^{\frac{1}{2}}\right) = -6 \cdot \frac{1}{2} \ln(x) = -3 \ln(x)$ $f'(x) = \boxed{\frac{-3}{x}}$

Ejercicio n° 13) $f(x) = \frac{4}{5} \ln\left(x^{\frac{2}{3}}\right)$

Sol: $f(x) = \frac{4}{5} \ln\left(x^{\frac{2}{3}}\right) = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} \ln(x) = \frac{8}{15} \ln(x)$ $f'(x) = \boxed{\frac{8}{15x}}$

Ejercicio n° 14) $f(x) = \ln\left(\sqrt{x^3}\right)$

Sol: $f(x) = \ln\left(\sqrt{x^3}\right) = \ln\left(x^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{3}{2} \ln(x)$ $f'(x) = \boxed{\frac{3}{2x}}$

Ejercicio n° 15) $f(x) = \ln\left(\sqrt[3]{x^2}\right)$

Sol: $f(x) = \ln\left(\sqrt[3]{x^2}\right) = \ln\left(x^{\frac{2}{3}}\right) = \frac{2}{3} \ln(x)$ $f'(x) = \boxed{\frac{2}{3x}}$

Ejercicio n° 16) $f(x) = \ln\left(\sqrt[3]{x^5}\right)$

Sol: $f(x) = \ln\left(\sqrt[3]{x^5}\right) = \ln\left(x^{\frac{5}{3}}\right) = \frac{5}{3} \ln(x)$ $f'(x) = \boxed{\frac{5}{3x}}$

Ejercicio n° 17) $f(x) = 4 \ln\left(\sqrt[4]{x^5}\right)$

Sol: $f(x) = 4 \ln\left(\sqrt[4]{x^5}\right) = 4 \ln\left(x^{\frac{5}{4}}\right) = 4 \cdot \frac{5}{4} \ln(x) = 5 \ln(x)$ $f'(x) = \boxed{\frac{5}{x}}$

Ejercicio n° 18) $f(x) = \frac{3}{4} \ln\left(\sqrt[3]{x^5}\right)$

Sol: $f(x) = \frac{3}{4} \ln(\sqrt[3]{x^5}) = \frac{3}{4} \ln\left(x^{\frac{5}{3}}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} \ln(x) = \frac{5}{4} \ln(x)$ $f'(x) = \frac{5}{4x}$

Ejercicio n° 19) $f(x) = 4 \ln(\sqrt[3]{7x^5})$

Sol: $f(x) = 4 \ln(\sqrt[3]{7x^5})$ $f'(x) = \frac{4}{x}$

Ejercicio n° 20) $f(x) = \frac{2}{7} \ln(11\sqrt[4]{9x^5})$

Sol: $f'(x) = \frac{2}{7x}$

Ejercicio n° 21) $f(x) = \ln[\cos(x)]$

Sol: $f'(x) = \frac{-\text{sen}(x)}{\cos(x)} = \boxed{-\text{tg}(x)}$

Ejercicio n° 22) $f(x) = \ln[\text{sen}(x)]$

Sol: $f'(x) = \frac{\cos(x)}{\text{sen}(x)} = \boxed{\text{ctg}(x)}$

Ejercicio n° 23) $f(x) = \ln[\text{arc tg}(x)]$

Sol: $f'(x) = \frac{1}{1+x^2} = \frac{1}{(1+x^2)\text{arc tg}(x)}$

Ejercicio n° 24) $f(x) = \text{Ln}(-x^3 + 15x^2 + \text{sen}(x))$

Sol: $f'(x) = \frac{-6x^2 + 30x + \cos(x)}{-x^3 + 15x^2 + \text{sen}(x)}$

Ejercicio n° 25) $f(x) = \text{Ln}(3x^2 + 4x)$

Sol: $f'(x) = \frac{6x+4}{3x^2+4x}$

Ejercicio n° 26) $f(x) = \text{Ln}(5x^{-2} + 4 \cos(x))$

Sol: $f'(x) = \frac{-10x^{-3} - \text{sen}(x)}{5x^{-2} + 4 \cos(x)}$

Ejercicio n° 27) $f(x) = \text{Ln}(3x^3 + x^{-4} + e^x + 1)$

Sol: $f'(x) = \frac{9x^2 - 4x^{-5} + e^x}{3x^3 + x^{-4} + e^x + 1}$

Ejercicio n° 28) $f(x) = \text{Ln}(4x^5 + 3x^2 - x^{-2} + 3e^x)$

Sol: $f'(x) = \frac{20x^4 + 6x^2 + 2x^{-3} + 3e^x}{4x^5 + 3x^2 - x^{-2} + 3e^x}$

Ejercicio n° 29) $f(x) = (x+4)\ln(3x+5)$

Solución: $f'(x) = 1 \cdot \ln(3x+5) + (x+4) \frac{3}{3x+5} = \ln(3x+5) + \frac{3(x+4)}{3x+5}$

Ejercicio n° 30) $f(x) = (x^3 + x^2 + x + 5) \ln(5x^2 - 7)$

Solución: $f'(x) = (3x^2 + 2x + 1) \ln(5x^2 - 7) + \frac{10x(x^3 + x^2 + x + 5)}{5x^2 - 7}$

Ejercicio n° 31) $f(x) = (4x^5 + 2x^3 + x + 1) \ln(6x^5 - x + 8)$

Solución: $f'(x) = (20x^4 + 6x^2 + 1) \ln(6x^5 - x + 8) + \frac{(30x^4 - 1)(4x^5 + 2x^3 + x + 1)}{6x^5 - x + 8}$

Ejercicio n° 32) $f(x) = (-3x^2 + 10x - 1) \ln(x^6 + 4x - 5)$

Solución: $f'(x) = (-6x + 10) \ln(x^6 + 4x - 5) + \frac{(-3x^2 + 10x - 1)(6x^5 + 4)}{x^6 + 4x - 5}$

Ejercicio n° 33) $f(x) = (x^7 + 7x^3 + 3x + 1)\ln(4x^2 - 3x - 1)$

Solución:
$$f'(x) = (7x^6 + 21x^2 + 3)\ln(4x^2 - 3x - 1) + \frac{(x^7 + 7x^3 + 3x + 1)(8x - 3)}{4x^2 - 3x - 1}$$

Derivada de una función exponencial con base e: Forma compuesta

$$y = e^{u(x)}$$

$$y = u' e^{u(x)}$$

LA DERIVADA DEL NÚMERO “e” ELEVADO A UNA FUNCIÓN DE x es igual al número “e” elevado a dicha función de x multiplicado por la derivada de dicha función

Ejercicio n° 35) $f(x) = e^{2x}$

Sol: $f'(x) = 2e^{2x}$

Ejercicio n° 36) $f(x) = e^{7x}$

Sol: $f'(x) = 7e^{7x}$

Ejercicio n° 37) $f(x) = e^{-x}$

Sol: $f'(x) = (-1)e^{-x} = -e^{-x}$

Ejercicio n° 38) $f(x) = e^{-4x}$

Sol: $f'(x) = (-4)e^{-4x} = -4e^{-4x}$

Ejercicio n° 39) $f(x) = e^{\frac{2x}{3}}$

Sol: $f'(x) = \frac{2}{3}e^{\frac{2x}{3}}$

Ejercicio n° 40) $f(x) = 3e^{4x}$

Sol: $f'(x) = 3 \cdot 4e^{4x} = 12e^{4x}$

DERIVADAS (4)

Derivada de una función potencial:

$$y = [u(x)]^r \quad r \in \mathfrak{R} \quad y' = u' [u(x)]^{r-1}$$

Ejercicio:

$$f(x) = (x^2 + 1)^7$$

$$\text{Solución : } f'(x) = 7(x^2 + 1)^6 \cdot 2x = 14x(x^2 + 1)^6$$

Ejercicio:

$$f(x) = \sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}$$

$$\text{Solución : } f(x) = x^{1/8} \quad ; f'(x) = \frac{1}{8}x^{-7/8}$$

Ejercicio:

$$f(x) = \text{sen}^2(2x + 1)$$

$$\text{Solución : } f'(x) = 2 \cdot \text{sen}(2x + 1) \cdot [2 \cdot \cos(2x + 1)] = 4 \text{sen}(2x + 1) \cdot \cos(2x + 1) = 2 \text{sen}(4x + 2)$$

Ejercicio:

$$f(x) = \text{sen}^{-2}(x^2 + x)$$

$$\text{Solución : } f'(x) = -2[\text{sen}(x^2 + x)]^{-3} \cdot [(2x + 1) \cdot \cos(x^2 + x)] = \frac{-(4x + 2) \cos(x^2 + x)}{\text{sen}^3(x^2 + x)}$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cos^3(5x + 1)$$

$$\text{Solución : } f'(x) = 3 \cdot \cos^2(5x + 1) \cdot [-5 \cdot \text{sen}(5x + 1)] = -15 \cos^2(5x + 1) \cdot \text{sen}(5x + 1)$$

Ejercicio:

$$f(x) = (x^2 + 1)^{-1/3}$$

$$\text{Solución : } f'(x) = \frac{-1}{3}(x^2 + 1)^{-4/3} \cdot 2x = -\frac{2}{3}x(x^2 + 1)^{-4/3}$$

Ejercicio:

$$f(x) = \text{tg}^{-1/2}(2x + 1)$$

$$\text{Solución : } f'(x) = \frac{-1}{2} \text{tg}^{-3/2}(2x + 1) [2 \sec^2(2x + 1)] = -\text{tg}^{-3/2}(2x + 1) \cdot \sec^2(2x + 1)$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cot g^{1/2}(3x+1)$$

$$\text{Solución: } f'(x) = \frac{1}{2} \cot g^{\frac{-1}{2}}(3x+1) [-3 \operatorname{cosec}^2(3x+1)] = -\frac{3}{2} \cot g^{\frac{-1}{2}}(3x+1) \cdot \operatorname{cosec}^2(3x+1)$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cot g^{-1/2}x$$

$$\text{Solución: } f'(x) = -\frac{1}{2} \cot g^{\frac{-3}{2}}x [-\operatorname{cosec}^2x] = \frac{1}{2} \cot g^{\frac{-3}{2}}x \cdot \operatorname{cosec}^2x$$

Derivada de una función logarítmica

Ejercicio $f(x) = \operatorname{Ln}(4x^3 + x^2 + 3x + 5)^6$

Solución: $f'(x) = \frac{6(12x^2 + 2x + 3)}{4x^3 + x^2 + 3x + 5}$

Ejercicio $f(x) = \operatorname{Ln}(3x^4 - 6x^2 + \frac{7}{2}x^{-4} + 6)^5$

$$f'(x) = \frac{5(12x^3 - 12x - 14x^{-5})}{3x^4 - 6x^2 + \frac{7}{2}x^{-4} + 6}$$

Solución:

Ejercicio $f(x) = \operatorname{Ln}(5x^3 + 3x^{-2} + 4x - 4)^{-5}$

Solución: $f'(x) = \frac{-5(15x^2 - 6x^{-3} + 4)}{5x^3 + 3x^{-2} + 4x - 4}$

Derivada de una función exponencial con base el número e

Ejercicio $f(x) = e^{(x^5 + x^2 + x + 8)^3}$

Solución: $f'(x) = 3e^{(x^5 + x^2 + x + 8)^3} (x^5 + x^2 + x + 8)^2 (5x^4 + 2x + 1)$

Ejercicio $f(x) = e^{(2x^4 - 4x^2 + 7x + 4)^5}$

Solución: $f'(x) = 5e^{(2x^4 - 4x^2 + 7x + 4)^5} (2x^4 - 4x^2 + 7x + 4)^4 (8x^3 - 8x + 7)$

Ejercicio $f(x) = e^{(-\frac{1}{7}x^4 + 6x^3 + \frac{7}{3}x^2 + 8x - 3)^5}$

Solución: $f'(x) = 5e^{(-\frac{1}{7}x^4 + 6x^3 + \frac{7}{3}x^2 + 8x - 3)^5} (-\frac{1}{7}x^4 + 6x^3 + \frac{7}{3}x^2 + 8x - 3)^4 (-\frac{4}{7}x^3 + 18x^2 + \frac{14}{3}x)$

Ejercicio $f(x) = x^2 e^{x^5}$

Solución: $f'(x) = e^{x^5} (5x^6 + 2x)$

Derivada de una función exponencial con base distinta del número e

Ejercicio $f(x) = 4^{(8x^4+5x^3+2x^2+x+4)^6}$

Solución: $f'(x) = 4^{(8x^4+5x^3+2x^2+x+4)^6} 6(8x^4+5x^3+2x^2+x+1)^5(32x^3+15x^2+4x+1)\ln(4)$

Ejercicio $f(x) = 5^{(2x^4+4x^3+3x^2+x+4)^7}$

Solución: $f'(x) = 5^{(2x^4+4x^3+3x^2+x+4)^7} 7(2x^4+4x^3+3x^2+x+4)^6(8x^3+12x^2+6x+1)\ln(5)$

Ejercicio $f(x) = 6^{(-3x^6+x^{-6}+2)^{-3}}$

Solución: $f'(x) = 6^{(-3x^6+x^{-6}+2)^{-3}} (-4)(-3x^6+x^{-6}+2)^{-4}(-18x^5-6x^{-7})\ln(6)$

Derivada de una función trigonométrica tipo seno

Ejercicio:

$$f(x) = \text{sen}(-3x + 6)^2$$

$$\text{Solución : } f'(x) = 2 \cdot (-3x + 6) \cdot (-3) \cos(-3x + 6)^2 = -6(-3x + 6) \cdot \cos(-3x + 6)^2$$

Ejercicio:

$$f(x) = \text{sen}(\ln(x + 6))$$

$$\text{Solución : } f'(x) = \frac{1}{x + 6} \cdot \cos(\ln(x + 6))$$

Ejercicio:

$$f(x) = \text{sen}(\text{tg } x)$$

$$\text{Solución : } f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} \cdot \cos(\text{tg } x)$$

Ejercicio:

$$f(x) = \text{sen}(\cot g 2x)$$

$$\text{Solución : } f'(x) = -\frac{2}{\text{sen}^2 2x} \cdot \cos(\cot g 2x)$$

Ejercicio:

$$f(x) = \text{sen}^5(x^2 + 1)^7$$

$$\text{Solución : } f'(x) = 5 \text{sen}^4(x^2 + 1)^7 \cdot \cos(x^2 + 1)^7 \cdot 7(x^2 + 1)^6 \cdot 2x = 70x(x^2 + 1)^6 \cdot \text{sen}^4(x^2 + 1)^7 \cdot \cos(x^2 + 1)^7$$

Ejercicio:

$$f(x) = \text{sen}(L(x^3 + 3x))$$

$$\text{Solución : } f'(x) = \frac{3x^2 + 3}{x^3 + 3x} \cdot \cos(L(x^3 + 3x))$$

Ejercicio:

$$f(x) = \text{sen}(3^{2x+4})$$

$$\text{Solución : } f'(x) = 2 \cdot 3^{2x+4} \cdot L3 \cdot \cos(3^{2x+4}) = (2L3) \cdot 3^{2x+4} \cos(3^{2x+4})$$

Derivada de una función trigonométrica tipo coseno

Ejercicio:

$$f(x) = \cos^2(-3x + 6)$$

$$\begin{aligned} \text{Solución : } f'(x) &= 2 \cdot \cos(-3x + 6) \cdot (-2(-3x + 6)(-3)) \cdot \text{sen}(-3x + 6)^2 = \\ &= 12(-3x + 6) \cdot \cos(-3x + 6)^2 \cdot \text{sen}(-3x + 6)^2 = 6(-3x + 6) \text{sen}2(-3x + 6)^2 \end{aligned}$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cos(\ln(4x^2 + x))$$

$$\text{Solución : } f'(x) = -\frac{8x+1}{4x^2+x} \cdot \text{sen}(\ln(4x^2 + x))$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cos(\cos(\cos x))$$

$$\begin{aligned} \text{Solución : } f'(x) &= -\text{sen}(\cos(\cos(x))) \cdot (-\text{sen}(\cos(x))) \cdot (-\text{sen}(x)) = \\ &= -\text{sen}(\cos(\cos(x))) \cdot \text{sen}(\cos(x)) \cdot \text{sen}(x) \end{aligned}$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cos(x^3 + 2x)^3$$

$$\text{Solución : } f'(x) = -3(x^3 + 2x)^2 (3x^2 + 2) \cdot \text{sen}(x^3 + 2x)^3$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cos^4(x^2 + 1)^6$$

$$\begin{aligned} \text{Solución : } f'(x) &= 4 \cos^3(x^2 + 1)^6 \cdot (-\text{sen}(x^2 + 1)^6) \cdot 6(x^2 + 1)^5 \cdot 2x = \\ &= -48x(x^2 + 1)^5 \cdot \cos^3(x^2 + 1)^6 \cdot \text{sen}(x^2 + 1)^6 \end{aligned}$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cos^2(L(x^3 + 3x))$$

$$\text{Solución : } f'(x) = 2 \cdot \cos(L(x^3 + 3x)) \left(-\frac{3x^2+3}{x^3+3x} \right) \cdot \text{sen}(L(x^3 + 3x)) =$$

$$\left(-\frac{6x^2+6}{x^3+3x} \right) \cos(L(x^3 + 3x)) \text{sen}(L(x^3 + 3x))$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cos(3^{x^2+4})$$

$$\text{Solución : } f'(x) = -2x \cdot 3^{x^2+4} \cdot L3 \cdot \text{sen}(3^{x^2+4}) = (-2xL3) \cdot 3^{x^2+4} \text{sen}(3^{x^2+4})$$

Derivada de una función trigonométrica tipo tangente

Ejercicio $f(x) = (4x^2 - 5) \text{tg}(x+7)$

Solución: $f'(x) = 8xtg(4x^6 + 7) + 24x^5(4x^2 - 5) [1 + tg^2(4x^6 + 7)]$

Ejercicio $f(x) = (x+2) \text{tg}(x^2 + 3x + 1)$

Solución: $f'(x) = \text{tg}(x^2 + 3x + 1) + (x+2)(2x+3) [1 + tg^2(x^2 + 3x + 1)]$

Ejercicio $f(x) = (2x^6 + 3e^{3x} + 2) \text{tg}(x^2 - 2x + 3)$

Solución: $f'(x) = (12x^5 + 9e^{3x}) \text{tg}(x^2 - 2x + 3) + (2x^6 + 3e^{3x} + 2)(2x - 2) [1 + tg^2(x^2 - 2x + 3)]$

Derivada de una función trigonométrica tipo cotangente

Ejercicio:

$$f(x) = \cot g 2x$$

$$\text{Solución : } f'(x) = -(1 + \cot g^2 2x) \cdot 2 = -2 \cos ec^2 2x$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cot g(-3x + 6)^7$$

$$\text{Solución : } f'(x) = -7(-3x + 6)^6 (-3) \cos ec^2(-3x + 6)^7 = 21(-3x + 6)^6 \cos ec^2(-3x + 6)^7$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cot g x^{-2}$$

$$\text{Solución : } f'(x) = -2 \cdot x^{-3} \cos ec^2 x^{-2}$$

Derivada de una función trigonométrica tipo arco tangente

Ejercicio $f(x) = (x^2 + 1) \text{arc tg}(x^3 + 5)$

Solución: $f'(x) = 2x \text{arc tg}(x^3 + 5) + \frac{3x^2(x^2 + 1)}{1 + (x^3 + 5)^2}$

Ejercicio $f(x) = (x^4 + e^x + 1) \operatorname{arc\,tg}(3x^2 + x + 5)$

Solución: $f'(x) = (4x^3 + e^x) \operatorname{arc\,tg}(3x^2 + x + 5) + \frac{(x^4 + e^x + 1)(6x + 1)}{1 + (3x^2 + x + 5)^2}$

Ejercicio $f(x) = (x^3 + 4x + 3) \operatorname{arc\,tg}(x^2 + e^{2x} + 1)$

Solución: $f'(x) = (3x^2 + 4) \operatorname{arc\,tg}(x^2 + e^{2x} + 1) + \frac{(x^3 + 4x + 3)(2x + 2e^{2x})}{1 + (x^2 + e^{2x} + 1)^2}$

Derivada de una función trigonométrica tipo arco seno

Ejercicio $f(x) = (x + 3) \operatorname{arc\,sen}(x^2 + 2)$

Solución: $f'(x) = \operatorname{arc\,sen}(x^2 + 2) + \frac{2x(x + 3)}{\sqrt{1 - (x^2 + 2)^2}}$

Ejercicio $f(x) = (x^2 + 4x + 2) \operatorname{arc\,sen}(x^4 + 3x^2 + 1)$

Solución: $f'(x) = (2x + 4) \operatorname{arc\,sen}(x^4 + 3x^2 + 1) + \frac{(x^2 + 4x + 2)(4x^3 + 6x)}{\sqrt{1 - (x^4 + 3x^2 + 1)^2}}$

Ejercicio $f(x) = (x^3 + e^{2x} + 3) \operatorname{arc\,sen}(3x^2 - 2x + 2)$

Solución: $f'(x) = (3x^2 + 2e^{2x}) \operatorname{arc\,sen}(3x^2 - 2x + 2) + \frac{(x^3 + e^{2x} + 3)(6x - 2)}{\sqrt{1 - (3x^2 - 2x + 2)^2}}$