

GUÍA DE EJERCICIOS DERIVADAS

DEFINICIÓN DE DERIVADA

La derivada de la función $f(x)$ se define mediante el límite:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

1. Utilice la definición de derivada para hallar la derivada de la siguiente función:

$$f(x) = 5x^2$$

DERIVADAS ELEMENTALES

1. Si $f(x) = x^n$; $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

2. Si $f(x) = C$, con C una constante ; $f'(x) = 0$

3. Si $f(x) = b^x$; $f'(x) = b^x \cdot \ln(b)$

4. Si $f(x) = e^x$; $f'(x) = e^x$

5. Si $f(x) = \log_b(x)$; $f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln(b)}$

6. Si $f(x) = \ln(x)$; $f'(x) = \frac{1}{x}$

2. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^2$

b) $f(x) = x^5$

c) $f(x) = 2$

d) $f(x) = \sqrt{x}$

e) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

f) $f(x) = e^x$

g) $f(x) = 2^x$

h) $f(x) = \ln(x)$

i) $f(x) = \log(x)$

ALGEBRA DE LAS DERIVADAS

1. Derivada de una suma (diferencia)

$$[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x)$$

2. Derivada de un producto

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

3. Derivada de una división

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

3. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3x^2 - x + 5$

b) $f(x) = 6x^2 + 5x - 6$

c) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

d) $f(x) = 4x^3 - x$

e) $f(x) = x + \ln(x)$

f) $f(x) = e^x - \sqrt{x} - 2$

4. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x \cdot e^x$

b) $f(x) = x^2 \cdot \ln(x)$

c) $f(x) = \frac{x^4}{e^x}$

d) $f(x) = \frac{e^x}{\ln(x)}$

$$e) f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$$

$$f) f(x) = x^2 \cdot 2^x$$

5. Determine la derivada de las siguientes funciones:

$$a) f(t) = (t^2 + 1) \times (t^3 + t^2 + 1)$$

$$b) f(z) = \frac{1}{2z} - \frac{1}{3z^2}$$

$$c) f(t) = \frac{t-1}{t^2 + 2t + 1}$$

$$d) f(x) = \frac{3x}{x^3 + 7x - 5}$$

$$e) f(x) = \frac{5 - 4x^2 + x^5}{x^3}$$

$$f) f(x) = 4\sqrt{x^5} + \frac{2}{\sqrt{x}}$$

OTRAS NOTACIONES PARA LA DERIVADA

Si $y = f(x)$, la deriva de $f(x)$ se puede anotar de las siguientes formas:

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = f^{(1)}(x)$$

6. En cada caso, determine $\frac{dy}{dx}$:

$$a) y = 2x^3 + 3x^2 + 6$$

$$b) y = ax^2 + bx - c$$

$$c) y = x \cdot \ln(x)$$

$$d) y = \frac{x^2}{e^x}$$

$$e) y = \sqrt[3]{x} \cdot 2^x$$

$$f) y = \frac{6^x}{\log(x)}$$

7. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = (x^2 + x)^6$

b) $f(x) = (2x^3 + 1)^{-5}$

c) $f(x) = (2x + 3)^{\frac{3}{2}}$

d) $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$

8. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = e^{x^2+6}$

b) $f(t) = e^{3-5t}$

c) $f(x) = x^2 \cdot e^{-x^2}$

d) $f(u) = \frac{e^{2u}}{u}$

9. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \ln(3x - 4)$

b) $f(u) = \ln\left(\frac{1+u}{1-u}\right)$

c) $f(t) = (t^2 + 1) \cdot \ln(2t + 1)$

d) $f(w) = \ln(\sqrt{1 + w^2})$

12. En cada caso, determine $\frac{d^2y}{dx^2}$ y $\frac{d^3y}{dx^3}$:

a) $y = 2x^5 + x^2 - 1$

b) $y = e^x - \sqrt{x} - x$