

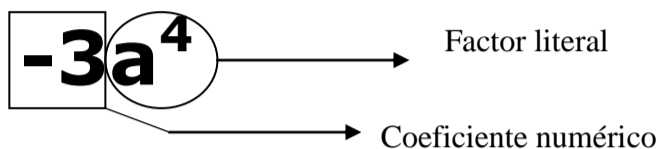
GUIA DE MATEMATICA

Contenidos: - Conceptos algebraicos básicos - Operaciones con expresiones algebraicas
 - Valoración de expresiones algebraicas - Notación algebraicas
 - Reducción de términos semejantes - Productos notables

TÉRMINO ALGEBRAICO

Consta de: a) signo
 b) coeficiente numérico
 c) factor literal

Ejemplo:



GRADO DE UN TÉRMINO

Es la suma de los exponentes del factor literal

Ejemplo:

En el término $3x^3$ tiene grado 3 (por el exponente de x)
 En el término $4x^2y^3$ tiene grado 2 (2 + 3, la suma de los exponentes)

GRADO DE UNA EXPRESIÓN

Es el grado mayor de sus distintos términos.

Ejemplo:

En la expresión $3x^3 + 5y^5$ tiene grado 5 (por el grado del segundo término)
 En el término $4x^2y^3 - 4b^3y^2z^7$ tiene grado 12 (por el grado del segundo término)

EXPRESIÓN ALGEBRAICA

Es toda combinación de números y letras ligados por los signos de las operaciones aritméticas.

De acuerdo al número de términos puede ser:

MONOMIO: tiene uno término Ej. $5x^2yz^4$; $\frac{x^2 - y^2}{a + b}$

BINOMIO: tiene dos términos Ej. $7\sqrt{xy} + y^5$; $p + q$

TRINOMIO: tiene tres términos Ej. $x^2 + 3x - 5$

POLINOMIO O MULTINOMIO: tiene varios términos Ej. Inventa uno _____

TERMINOS SEMEJANTES

Los términos son semejantes cuando tienen el mismo factor literal. Los T. S. se pueden sumar o restar, sumando o restando sus coeficientes numéricos y conservando el factor literal.

Ejemplo:

El término $3x^2y$ y el término $2x^2y$, son semejantes. (tiene factor literal iguales) y al sumarlo da $5x^2y$

EJERCICIOS: ahora te toca a ti demostrar lo que aprendiste

1) Define con tus palabras:

a) Coeficiente numérico

b) Factor literal

c) Término algebraico

2) En cada término algebraico, determina el coeficiente numérico, factor literal y el grado.

a) $3x^2y$

b) m

c) mc^2

d) $-vt$

e) $0,3ab^5$

f) 3

g) $-8x^3y^2z^4$

h) $-\frac{\sqrt{2}}{3}a$

i) $-\frac{1}{2}x^3$

j) $\frac{7a^2}{3}$

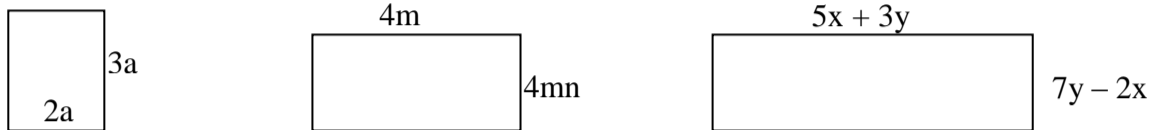
k) $\frac{-3m}{4}$

l) $\frac{3}{4}a^4b^2$

3) Determina el grado y el número de términos de las siguientes expresiones:

- a) $7x^2y + xy$ b) $-3 + 4x - 7x^2$ c) $-2xy$ d) $vt + \frac{1}{2}at^2$ e) $7m^2n - 6mn^2$
- f) $\frac{a+b+c}{2}$ g) $x^2 + 8x + 5$ h) $2(3x + 4y)$ i) $2x^2(3x^2 + 6y)$ j) $\frac{b^2 + c^3h^4}{4}$

4) Calcula el perímetro de cada rectángulo encontrando su expresión algebraica. Luego clasifica según su número de términos, antes de reducir términos semejantes:



5) Reduce los términos semejantes en cada una de las expresiones siguientes:

<p>1. $m + 2m$</p> <p>2. $a + 2a + 9a$</p> <p>3. $m^2 - 2m^2 - 7m^2$</p> <p>4. $6x^2y^2 - 12x^2y^2 + x^2y^2$</p> <p>5. $3a - 2b - 5b + 9a$</p> <p>6. $a^2 + b^2 - 2b^2 - 3a^2 - a^2 + b^2$</p> <p>7. $x^2yz + 3xy^2z - 2xyz^2 - 3xy^2z + xyz^2 - x^2yz$</p> <p>8. $2pq + 3p - 12q - 15q + 7pq - 13p$</p> <p>9. $2x - 6y - 2x - 3y - 5y$</p> <p>10. $15a + 13a - 12b - 11a - 4b - b$</p>	<p>11. $\frac{a}{2} + \frac{a}{3} + \frac{a}{4}$</p> <p>12. $\frac{a^2b}{5} - \frac{2ab^2}{3} + \frac{3ab^2}{2} - \frac{6a^2b}{5}$</p> <p>13. $m - \frac{m}{2} + \frac{2m}{3} - \frac{m}{4}$</p> <p>14. $\frac{3a-b}{2} + \frac{3a-b}{5}$</p> <p>15. $2p + \frac{3}{4}q - 7p + \frac{3}{2}q$</p> <p>16. $a + a^2 + a^3 + a^4 - a - 2a^2 + 3a^3 - 4a^4$</p> <p>17. $0,2m - 0,02n + 1,07m - 1,03n - m - n$</p> <p>18. $0,5x^2y - 0,4xy^2 + 0,3x^2y - 0,2xy^2 + x^2y$</p> <p>19. $1,17a - 2,15a - 3,25a + 4,14a$</p>
<p>20. $1 + x + xy - 2 + 2x - 3xy - 3 + 2xy - 3x$</p> <p>21. $\frac{1}{5}m^2n - \frac{2}{3}mn - \frac{3}{2}m^2n + \frac{3}{10}m^2n - \frac{8}{3}mn$</p> <p>22. $\frac{27}{4}p - \frac{35}{6}q + \frac{1}{4}p - \frac{1}{6}q$</p> <p>23. $u^2 + uv + v^2 - 2u^2 + 3uv - v^2$</p> <p>24. $\frac{11}{3}s - \frac{3}{4}t + \frac{2}{3}s - \frac{1}{3}s - \frac{5}{3}s + t + \frac{1}{4}t$</p>	<p>25. $0,117a - 0,35b - 2,25b - 1,1b + 3,04a$</p> <p>26. $10a + 5a^2 - 13a^3 - 2a - 9a^3 + 16a^2 + a$</p> <p>27. $\frac{1}{6}pt - \frac{2}{5}p - \frac{3}{4}t + \frac{2}{3}pt - \frac{3}{5}p + \frac{7}{4}t + \frac{1}{6}pt$</p> <p>28. $x^2yz - xy^2z^2 + xy^2z^2 - x^2y^2z^2$</p> <p>29. $\frac{3}{4}a^2b - \frac{2}{3}ab^2 - a^2b - 3ab^2 + \frac{1}{2}ab^2$</p> <p>30. $0,7m - \frac{1}{7}p - 0,04m + 0,3p - \frac{3}{4}p$</p>

EVALUACION DE EXPRESIONES

A cada letra o FACTOR LITERAL se le asigna un determinado valor numérico.

Ejemplo:

Si $a = 3$ y $b = 2$, reemplazamos esos valores en la expresión:

$$3a - 2b - 5a + 4b - 6a + 3b =$$

$$3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 5 \cdot 3 + 4 \cdot 2 - 6 \cdot 3 + 3 \cdot 2 =$$

$$9 - 4 - 15 + 8 - 18 + 6 = -14$$

Ahora tú: Si $a = -2$; $b = 4$; $c = -1$ encuentra el valor de cada expresión

1. $12a - 8a + 10a + 3a - 18a + 5a =$	2. $7^a - 8c + 4b + 6c - 4b + 3a =$
---------------------------------------	-------------------------------------

Veamos ahora un ejemplo con números racionales: Si $a = \frac{2}{3}$ y $b = \frac{1}{2}$, evaluemos la expresión:

$$3a - 2b - 5a + 4b - 6a + 3b =$$

$$3 \cdot \frac{2}{3} - 2 \cdot \frac{1}{2} - 5 \cdot \frac{2}{3} + 4 \cdot \frac{1}{2} - 6 \cdot \frac{2}{3} + 3 \cdot \frac{1}{2} =$$

$$2 - 1 - \frac{10}{3} + 2 - 4 + \frac{3}{2} = \frac{-17}{6} = -2\frac{5}{6}$$

Ahora te toca a ti :

Si $a = \frac{1}{2}$; $b = \frac{-1}{4}$; $c = \frac{2}{3}$ encuentra el valor de cada expresión

3. $2a - 8a + 10a + 3a - \frac{2}{3}a + 5a =$
4. $-1\frac{2}{3}a + 5b - 3c + 2a - 4\frac{1}{2}c + 7b =$
5. $-5c + 3\frac{4}{5}b - (-4a) + 4\frac{1}{2}c + (-5b) - 0,6c =$

EJERCICIOS: pone en práctica lo anterior

1) En las siguientes expresiones algebraicas, reduce los términos semejantes y luego reemplaza en cada caso por $a = -2$ y $b = 7$, para valorar la expresión.

a) $3ab - b + 2ab + 3b$	b) $3a^2b - 8a^2b - 7a^2b + 3a^2b$	c) $2a^2b - \frac{3}{2}a^2b - 1$
d) $ab^2 - b^2a + 3ab^2$	e) $\frac{3}{2}a + \frac{4}{5}b - \frac{5}{4}a - \frac{7}{10}b$	f) $-b^2 + \frac{2}{7}b - \frac{1}{5}b^2 + \frac{1}{14}b$

2) Calcula el valor numérico de las siguientes E. A., considera para cada caso $a = 2$; $b = 5$; $c = -3$; $d = -1$ y $f = 0$

a) $5a^2 - 2bc - 3d$	b) $7a^2c - 8d^3$	c) $2a^2 - b^3 - c^3 - d^5$
d) $d^4 - d^3 - d^2 + d - 1$	e) $3(a - b) + 2(c - d)$	f) $\frac{c-d}{2} + \frac{a+b}{7}$
g) $\frac{3}{4}a - \frac{2}{5}c - \frac{1}{2}b + \frac{7}{8}f$	h) $(b+c)^a$	i) $\left((a-b+c)^{(2a-3d)}\right)^f$

3) Encuentra el valor numérico de las siguientes fórmulas, aplicando en cada caso solo los valores asignados para las variables respectivas.

a) $d = v_i \cdot t + \frac{at^2}{2}$; si $v_i = 8 \text{ m/seg}$, $t = 4 \text{ seg}$, $a = 3 \text{ m/seg}^2$ (d : distancia q' recorre un móvil)
b) $E_p = m \cdot g \cdot h$; si $m = 0,8 \text{ hg}$, $h = 15 \text{ m}$, $g = 9,8 \text{ m/seg}^2$ (E_p : energía potencial)
c) $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$; si $a = 3,2 \text{ m}$ (A : área de triángulo equilátero)
d) $R = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2}$; si $r_1 = 4 \text{ ohm}$ y $r_2 = 6 \text{ ohm}$ (R : resistencia eléctrica total en paralelo)
e) $F = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$; si $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{c}^2}$; $q_1 = q_2 = 4\text{c}$ y $r = 10 \text{ m}$ (F : fuerza atracción entre dos cargas)

4) Evalúa la expresión $x^2 + x + 41$ para los valores de $x = 0, 1, 2, 3, 4, \dots, 40$. ¿Qué característica tienen los números que resultan?

ENCONTRANDO FÓRMULAS

A Continuación debes encontrar una fórmula que represente a todos los términos de la sucesión de números, esta fórmula debe ser válida para valores naturales, es decir si le damos valores a la fórmula, debe irnos entregando los términos de la sucesión.

Ejemplo: la sucesión 2, 4, 6, 8, tiene una fórmula que genera estos números, una manera de encontrarla es descomponer sus términos:

$$2 = 2 \cdot 1$$

$$4 = 2 \cdot 2$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$8 = 2 \cdot 4$$

.....

$2 \cdot n$, donde $n \in \mathbb{N}$. Esta es la fórmula que genera a esta sucesión. ¡Prueba dándole valores a "n"!

Encuentra la fórmula para las siguientes sucesiones:

1) 22, 42, 62, 82, 102,

2) 73, 93, 113, 133,

3) -1, 1, -1, 1, -1,

4) 4, 10, 18, 28,

5) 0, 2, 5, 9,

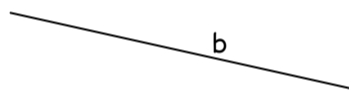
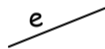
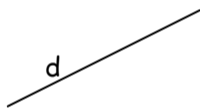
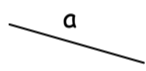
6) 2, 4, 8, 16, 32,

6) Mersenne, antiguo matemático, propuso la expresión $2^p - 1$. Al reemplazar p por un número entre 1 y 10, ¿cuáles resultan números primos?

7) Verifica si la fórmula $24n + 4(n + 1) + 10$ entrega múltiplos de 7, para $n \in \mathbb{N}$.

ALGEBRA Y GEOMETRÍA: CÁLCULO DE PERÍMETROS

Se dan los siguientes segmentos :

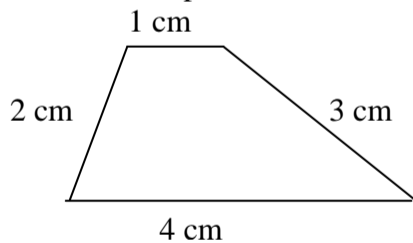


1) Elige un segmento y dibuja 3 veces el segmento elegido

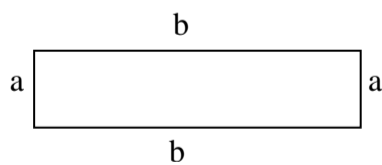
2) Elige dos segmentos y dibuja la suma de dichos segmentos

3) Elige otros dos segmentos y dibuja la diferencia entre ambos segmentos.

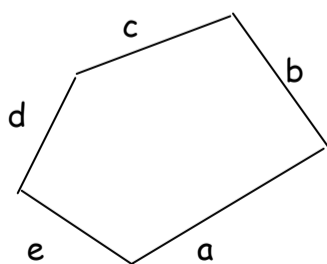
Recordemos el concepto de PERÍMETRO



$P = 2 + 4 + 3 + 1 = 10$ cm es decir, perímetro es la suma de todos sus lados

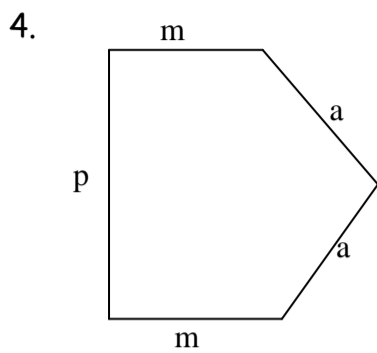


$P = a + b + a + b$, es decir, $P = 2a + 2b$

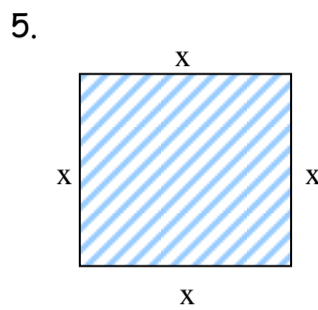


$P = a + b + c + d + e$

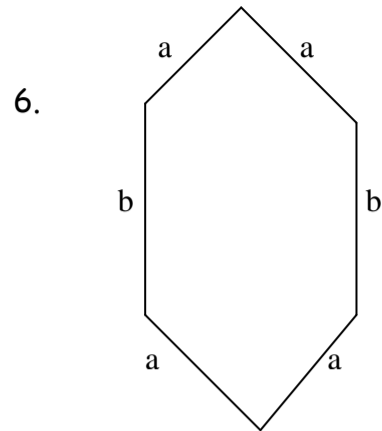
Ahora tú determinarás el perímetro de cada figura:



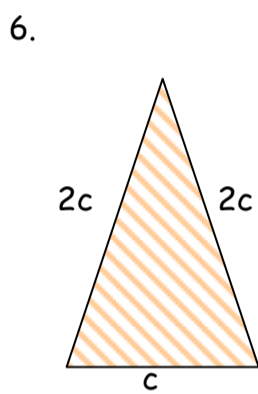
$P = \underline{\hspace{2cm}}$



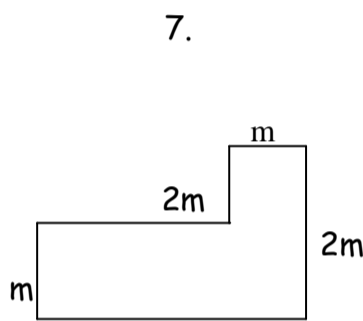
$P = \underline{\hspace{2cm}}$



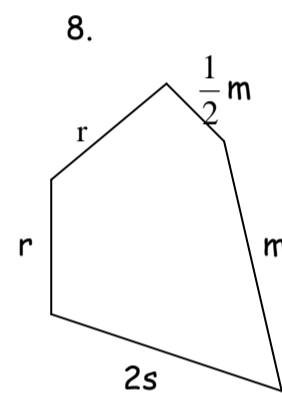
$P = \underline{\hspace{2cm}}$



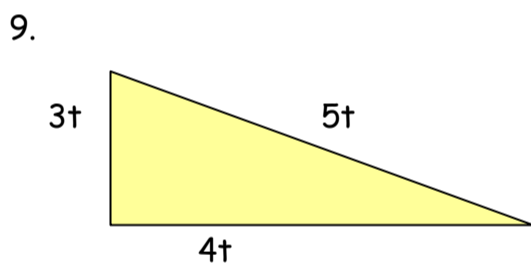
$P = \underline{\hspace{2cm}}$



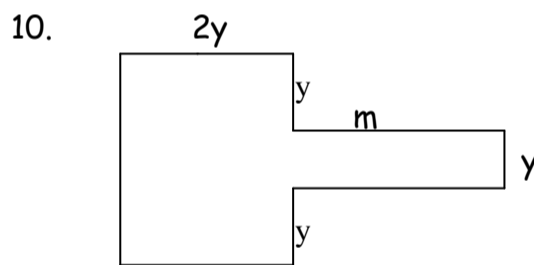
$P = \underline{\hspace{2cm}}$



$P = \underline{\hspace{2cm}}$

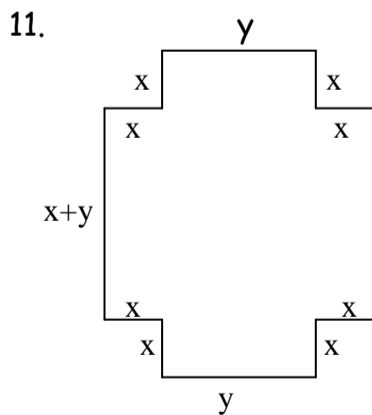


$P = \underline{\hspace{2cm}}$

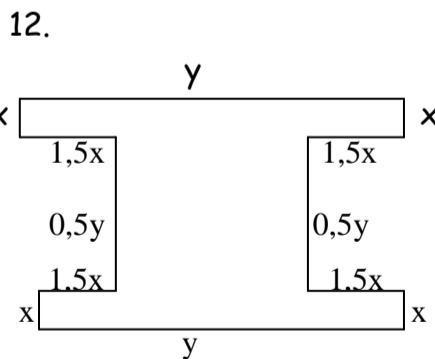


$P = \underline{\hspace{2cm}}$

Encuentra el polinomio que representa el perímetro de cada figura (todos sus ángulos son rectos):



$P = \underline{\hspace{2cm}}$



$P = \underline{\hspace{2cm}}$

ELIMINACIÓN DE PARÉNTESIS

Para resolver paréntesis se debe seguir por las siguientes reglas:

- a) si el paréntesis está precedido por signo positivo, se consideran los términos por sus respectivos signos,
 b) si el paréntesis está precedido por signo negativo, **debes Sumar su opuesto, es decir, cambiar el signo de los términos que están dentro del paréntesis que vas a eliminar.**

1. $(a + b) + (a - b)$	8. $-(a + b - c) - (-a - b + c) + (a - b + c)$
2. $(a + b) + (b - a)$	9. $[-(x^2 - y^2) + 2x^2 - 3y^2 - (x^2 - 2x^2 - 3y^2)]$
3. $(a - b) + (a + b)$	10. $-[-(a - 2b) - (a + 2b) - (-a - 3b)]$
4. $(a - b) - (a + b)$	11. $3x + 2y - \{2x - [3x - (2y - 3x) - 2x] - y\}$
5. $2a - (2a - 3b) - b$	12. $3y - 2z - 3x - \{x - [y - (z - x)] - 2x\}$
6. $3x + 2y - [x - (x - y)]$	13. $\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b - \left(\frac{3}{4}a - \frac{4}{3}b\right)$
7. $2m - 3n - [-2m + n - (m - n)]$	14. $\frac{1}{5}a - \left[\frac{1}{2}a - \left(\frac{2}{3}a - a\right)\right]$

15) $5a - 3b + c + (4a - 5b - c) =$

16) $8x - (15y + 16z - 12x) - (-13x + 20y) - (x + y + z) =$

17) $-(x - 2y) - [\{3x - (2y - z)\} - \{4x - (3y - 2z)\}] =$

18) $3a + (a + 7b - 4c) - (3a + 5b - 3c) - (b - c) =$

19) $9x + 13y - 9z - [7x - \{-y + 2z - (5x - 9y + 5z) - 3z\}] =$

20) $6a - 7ab + b - 3ac + 3bc - c - \{(8a + 9ab - 4b) - (-5ac + 2bc - 3c)\} =$

21) $8x - \left(1\frac{1}{2}y + 6z - 2\frac{3}{4}x\right) - \left(-3\frac{3}{5}x + 20y\right) - \left(x + \frac{3}{4}y + z\right) =$

22) $9x + 3\frac{1}{2}y - 9z - \left[7x - \left\{-\frac{1}{2}y + 2z - \left(5\frac{1}{3}x - 9y + 5z\right) - 3z\right\}\right] =$

COMPLEMENTARIOS

1) Si la arista de un cubo mide 6a cm. Calcula:

- La superficie del cubo
- El volumen del cubo
- La superficie y el volumen para $a = 1, 2, 4, \dots, 16$

¿en qué relación aumentan la superficie y el volumen cuando a aumenta en estos valores?

2) En una caja negra hay “b” bolitas blancas y “a” bolitas azules, Se realizan en orden los siguientes cambios:

- Sacar 3 bolitas azules y 5 blancas
- Duplicar las bolitas azules y cuadruplicar las bolitas blancas
- Agregar una bolita blanca y sacar 1 bolita azul.

A partir de esta información completa la tabla de sucesos para determinar cuántas bolitas quedan al final.

	Nº bolitas blancas	Nº bolitas azules	Total bolitas
Inicio	b	a	a + b
1º			
2º			
3º			

Repita los mismos pasos pero tomando 5 bolitas blancas y 8 bolitas azules, en lugar de b y a, respectivamente.

3) Valorar $5x^2 - \frac{1}{27}y^6 - 2xyz$, para $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3}$; $z = 0$

4) Valorar $a^{-1}b^{-2}c^{-3} - a(b+c)^{-1} + \frac{(1-a)^{-2}}{(b^{-1}-c+1)^{-1}}$; para $a = \frac{1}{2}$, $b = -1$; $c = 2$

5) Valorar $5\left(\sqrt{2mn} - \frac{1}{4}\sqrt{2}\cdot\sqrt{n^3}\right) + \frac{1}{mn}$; para $m = \frac{1}{4}$, $n = 2$

6) Valorar $\frac{a^2bc^{-1}-1}{2ab} - \frac{3}{4}a^3bc^2$; para $a = \frac{1}{3}$; $b = -6$; $c = 2$