FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

Recuerde que:

1. Factorizar una expresión algebraica consiste en escribirla como un producto.

2. Existen varios casos de factorización.

Revisemos los diferentes polinomios y como factorizarlos

1. FACTOR COMUN MONOMIO:

Factor común monomio: es el factor que está presente en cada término del polinomio:

Ejemplo 1: ¿cuál es el factor común en $12x + 18y - 24z$?

Entre los coeficientes es el 6, o sea, $\mathbf{6(}2x) + \mathbf{6(}3y) – \mathbf{6(}\ 4z\ ) = \mathbf{6}(2x + 3y - 4z\ )$

Ejemplo 2: ¿Cuál es el factor común en : $5a^2 - 15ab - 10\ ac$
El factor común entre los coeficientes es 5 y entre los factores literales es a, por lo tanto
$5a^2 - 15ab - 10\ ac = \mathbf{5^a(}a) - \mathbf{5^a(}3b) - \mathbf{5a(}\ 2c) = \mathbf{5a}(a - 3b - 2c\ )$

Ejemplo 3 : ¿ Cuál es el factor común en $6x^2y - 30xy^2 + 12x^2y^2$
El factor común es " 6xy " porque
$6x^2y - 30xy^2 + 12x^2y^2 = 6xy(x - 5y + 2xy\ )$

EJERCICIOS. Halla el factor común de los siguientes ejercicios, escribe los resultados a la par.

1) $6x - 12 =$

2) $24a - 12ab =$

3) $14m^2n + 7mn =$

4) $8a^3 - 6a^2 =$

5) $b^4-b^3 =$

6) $14a - 21b + 35 =$

7) $20x - 12xy + 4xz =$

8) $10x^2y - 15xy^2 + 25xy =$

9) $4x - 8y =$

10) $10x - 15x^2 =$

11) $4m^2 -20\ am =$

12) $ax + bx + cx =$

13) $4a^3bx - 4bx =$

14) $3ab + 6ac - 9ad =$

15) $6x^4 - 30x^3 + 2x^2 =$

2. FACTOR COMUN POLINOMIO:

Es el polinomio que aparece en cada término de la expresión, ahora el común resulta ser un polinomio.

EJEMPLO 1.

Factoriza $x(a + b) + y(a + b)$

Existe un factor común que es $(a + b)$ $= x\mathbf{(a + b)} + y\mathbf{(a + b)}$

$= \mathbf{(a + b)}(x + y)$

EJEMPLO 2.

Factoriza $2a(m - 2n) - b(m - 2n)$

$= 2a\mathbf{(m - 2n)} - b\,\mathbf{(m - 2n)}$

$\mathbf{= (m - 2n)(2a - b)}$

EJERCICIOS

1) $a(x + 1) + b(x + 1) =$ $\quad m(2a + b) + p(2a + b) =$
2) $x^2(p + q) + y^2(p + q) =$ $\quad (a^2 + 1) - b(a^2 + 1) =$
3) $(1 - x) + 5c(1 - x) =$ $\quad a(2 + x) - (2 + x) =$
4) $(x + y)(n + 1) - 3(n + 1) =$ $\quad (a + 1)(a - 1) - 2(a - 1) =$
5) $(a(a + b) - b(a + b) =$ $\quad (2x + 3)(3 - r) - (2x - 5)(3 - r) =$

3. FACTOR COMUN AGRUPANDO TERMINOS

Se trata de extraer un doble factor común.

EJEMPLO 1.

Factoriza $ap + bp + aq + bq$

Se extrae factor común "**p**" de los dos primeros términos y "**q**" de los dos últimos

$\mathbf{p}(a + b) + \mathbf{q}(a + b)$

Se saca factor común polinomio

$(a + b)(p + q)$

EJERCICIOS:

1) $a^2 + ab + ax + bx =$
2) $ab - 2a - 5b + 10 =$
3) $am - bm + an - bn =$
4) $3x^2 - 3bx + xy - by =$
5) $3a - b^2 + 2b^2x - 6ax =$
6) $ac - a - bc + b + c^2 - c =$
7) $ab + 3a + 2b + 6 =$
8) $2ab + 2a - b - 1 =$
9) $3x^3 - 9ax^2 - x + 3a =$
10) $6ab + 4a - 15b - 10 =$

4. **FACTORIZACION DE UN TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$**

El trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ se puede descomponer en dos factores binomiales mediante el siguiente proceso:

EJEMPLO 1. Descomponer $\mathbf{x^2 + 6x + 5}$

1. Hallar dos factores que den el primer término **$x \cdot x$**

2. Hallar los divisores del tercer término, seccionando aquellos cuya suma sea "6"
$1 \cdot 5$ ó $-1 \cdot -5$

Pero la suma debe ser +6 luego serán **$(x + 1)(x + 5)$**

EJEMPLO 2:

Factorizar $\mathbf{x^2 + 4xy - 12y^2}$

1º Hallar dos factores del primer término, o sea x^2: **$x \,.\, x$**

2º Hallar los divisores de $12y^2$, éstos pueden ser: $6y \cdot -2y$ ó $-6y \cdot 2y$
ó $4y \cdot -3y$ ó $-4y \cdot 3y$
ó $12y \cdot -y$ ó $-12y \cdot y$

Pero la suma debe ser +4 , luego servirán $6y$ y $-2y$, es decir

$$\mathbf{x^2 + 4xy - 12y^2 = (x + 6y)(x - 2y)}$$

EJERCICIOS:

Factoriza los siguientes trinomios en dos binomios:

1) $x^2 + 4x + 3 =$
2) $b^2 + 8b + 15 =$
3) $r^2 - 12r + 27 =$
4) $h^2 - 27h + 50 =$
5) $x^2 + 14xy + 24y^2 =$
6) $x^2 + 5x + 4 =$

5. FACTORIZACION DE UN TRINOMIO DE LA FORMA $ax^2 + bx + c$

EJEMPLO

Factoriza $2x^2 - 11x + 5$

1º El primer término se descompone en dos factores **$2x \cdot x$**

2º Se buscan los divisores del tercer término **$5 \cdot 1$ ó $-5 \cdot -1$**

3º Parcialmente la factorización sería $(2x + 5)(x + 1)$
Pero no sirve pues da: $2x^2 + 7x + 5$
Se reemplaza por **$(2x - 1)(x - 5)$**
y en este caso nos da : $2x^2 - 11x + 5$

SI NO SE COMPRENDE ESTE PROCESO BUSCA EL ALGEBRA DE BALDOR.

EJERCICIOS :

1) $5x^2 + 11x + 2 =$
2) $4x^2 + 7x + 3 =$
3) $5 + 7b + 2b^2 =$
4) $5c^2 + 11cd + 2d^2 =$
5) $6x^2 + 7x - 5 =$
6) $3m^2 - 7m - 20 =$
7) $5x^2 + 3xy - 2y^2 =$
8) $6a^2 - 5a - 21 =$
9) $2a^2 - 13a + 15 =$
10) $3a^2 + 10ab + 7b^2 =$

6. FACTORIZACION DE LA DIFERENCIA DE DOS CUADRADOS:

EJEMPLO:

Factorizar $9x^2 - 16y^2 =$

Para el primer término $9x^2$ se factoriza en $3x \cdot 3x$
y el segundo término $- 16y^2$ se factoriza en $+4y \cdot -4y$
Luego la factorización de $\mathbf{9x^2 - 16y^2 = (3x + 4y)(3x - 4y)}$

EJERCICIOS:

1) $9a^2 - 25b^2 =$
2) $4x^2 - 1 =$
3) $36m^2n^2 - 25 =$
4) $169m^2 - 196\ n^2 =$
5) $\frac{9}{25}a^2 - \frac{49}{36}b^2 =$
6) $3x^2 - 12 =$
7) $8y^2 - 18 =$
8) $45m^3n - 20mn =$
9) $16x^2 - 100 =$
10) $9p^2 - 40q^2 =$

7. FACTORIZACION DE UN TRINOMIO CUADRADO PERFECTO:

Ejemplo:
Factorizar $9x^2 - 30x + 25 =$
Proceso:
1. Halla la raíz principal del primer término $9x^2$: $3x \cdot 3x$
2. Halla la raíz principal del tercer término 25
Con el signo del segundo término $-5 \cdot -5$
luego la factorización de $\mathbf{9x^2 - 30x + 25 = (3x - 5)(3x - 5) = (3x - 5)^2}$ **SOLO FALTA COMPROBAR QUE 2 (3X) (5) RESULTE EL SEGUNDO TERMINO DEL TRINOMIO Y EN VERDAD RESULTA 30X.**

EJERCICIOS:

1) $b^2 - 12b + 36 =$
2) $m^2 - 2m + 1 =$
3) $16m^2 - 40mn + 25n^2 =$
4) $36x^2 - 84xy + 49y^2 =$
5) $1 + 6^a + 9a^2 =$
6) $25a^2c^2 + 20acd + 4d^2 =$
7) $25x^2 + 70xy + 49y^2 =$
8) $16x^6y^8 - 8x^3y^4z^7 + z^{14} =$

DIFERENCIA DE CUBOS: $\mathbf{a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)}$

Se extrae la raíz cubica a $\mathbf{a^3}$ y también a $\mathbf{b^3}$

Luego se escriben dos paréntesis el primero con la resta de las raíces y el segundo en la forma siguiente la primer raíz al cuadrado mas el producto de las dos raíces mas el cuadrado de la segunda raíz, como lo indica el ejemplo

Ejemplo: $8 - x^3 = (2 - x)(4 + 2x + x^2)$

SUMA DE CUBOS: $\mathbf{a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)}$

Igual que el caso anterior solo se modifican algunos signos, obsérvalos.

Ejemplo: $27a^3 + 1 = (3a + 1)(9a^2 - 3a + 1)$

Ejercicios.

1) $64 - x^3 =$
2) $27m^3 + 6n^6 =$
3) $\frac{1}{8}x^3 + \frac{8}{27} =$
4) $8a^3b^3 + 27 =$
5) $x^6 - y^6 =$
6) $x^3 - \frac{1}{64} =$