

INECUACIONES

INTRODUCCIÓN

En este tema trataremos los siguientes aspectos:

- Concepto de desigualdad y de inecuación.
- Repaso de la función afín
- Resolución de inecuaciones de 1^{er} grado con una incógnita.
- Repaso de la función cuadrática
- Resolución de inecuaciones de 2^o grado con una incógnita.
- Inecuaciones de 1^{er} grado con dos incógnitas.

Se requieren los siguientes conocimientos previos

- Resolver ecuaciones de 1^{er} y 2^o grado con una incógnita
- Representar intervalos en la recta real
- Conocer el plano cartesiano

OBJETIVOS

- Reconocer las inecuaciones.
- Clasificar las inecuaciones atendiendo a su grado y el número de incógnitas.
- Relacionar las inecuaciones de 1^{er} grado con una incógnita con las gráficas de funciones afines.
- Resolver inecuaciones de 1^{er} con una incógnita.
- Relacionar las inecuaciones de 2^o grado con una incógnita con las gráficas de las funciones cuadráticas.
- Resolver inecuaciones de 2^o grado con una incógnita.

1. DESIGUALDADES E INECUACIONES. CLASIFICACIÓN

DESIGUALDADES:

Expresiones en las que aparece un signo de desigualdad.

Vemos que hay desigualdades en las que solamente aparecen números y otras en las que además aparecen letras.

INECUACIONES:

Son desigualdades en las que aparecen letras y números con las operaciones usuales. Las letras son las variables o incógnitas de las inecuaciones.

CLASIFICACIÓN DE LAS INECUACIONES

Las inecuaciones se clasifican atendiendo al número de incógnitas y al grado de la expresión algebraica que aparece en ellas.

SÍMBOLOS DE DESIGUALDAD



Ejemplos de desigualdades:

$$\begin{aligned} 3 &< 7 \\ -2 &> -5 \\ x &\leq 2 \\ x-3 &\geq y \end{aligned}$$

Ejemplos de inecuaciones:

$$\begin{aligned} x &\leq 2, \\ x-3 &\geq y \\ x^2-5x &\leq 4 \\ xy-3 &> 0 \end{aligned}$$

INECUACIÓN	TIPO
$2x-3 > x-5$	1º grado; 1 incóg.
$x-3 \geq y$	1º grado; 2 incóg
$x^2-5x \leq 4$	2º grado; 1 incóg.
$xy-3 > 0$	2º grado; 2 incóg.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Copia en tu cuaderno las siguientes desigualdades, y di cuáles son inecuaciones indicando su grado y número de incógnitas:

a) $2x \leq -2$

b) $-3 \geq 2$

c) $x^2y > 1$

d) $x^2-5y \leq 0$

e) $2x-2y \geq 2(x-y)$

f) $4(x-3) -2 < 2(x-1)$

g) $x-y^2 < 2x-y$

h) $3x^3+2y \geq x^2$

2. PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES

Si sumamos o restamos un mismo número a los dos miembros de una desigualdad, resulta otra del mismo sentido.

Si multiplicamos o dividimos los dos miembros de una desigualdad por un mismo número positivo, resulta otra del mismo sentido.

Si multiplicamos o dividimos los dos miembros de una desigualdad por un mismo número negativo, resulta otra de sentido contrario.

Ejemplos



$$6 < 9$$

Dividiendo entre -3
los dos miembros

$$-2 > -3$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS

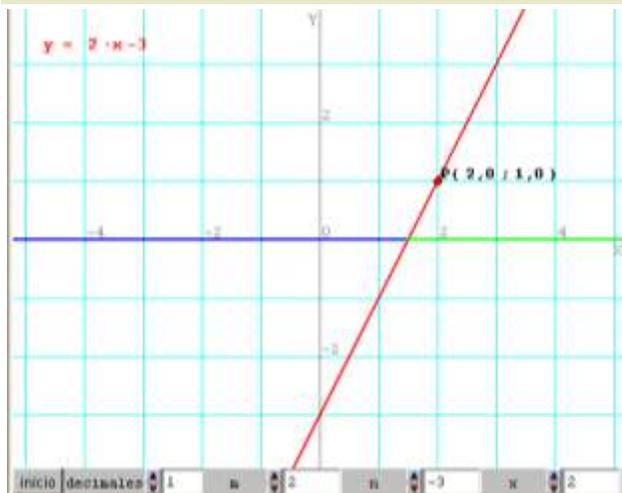
Copia en tu cuaderno la siguiente tabla y complétala escribiendo en la columna derecha el resultado de aplicarle a los dos miembros de la desigualdad de la 1ª columna la operación indicada en la segunda:

$x-3 > 5$	Sumar 3	
$x+7 > 8$	Restar 7	
$4x < 12$	Dividir entre 4	
$-2x \geq 8$	Dividir entre (-2)	
$x-9 > -2$	Sumar 9	
$-3x \leq 9$	Dividir entre -3	

3. REPASO DE LA FUNCIÓN AFÍN

Recordamos que la función afín es la que viene dada por una expresión de la forma
$$y = mx + n$$

Un caso particular es el de la función lineal, cuya expresión es: $y = mx$



En esta escena vemos la gráfica de la función afín:

$$y = 2x - 3$$

Mueve el punto P y observa sus coordenadas. (Fíjate que pueden no ser exactas. Para tener resultados exactos, escribe el valor de "x" y aparecerá P en su lugar correspondiente).

Observa como cambia la recta al variar los valores de "m" y "n". Fíjate que también varían las zonas del eje OX de color "azul" y "verde".

Contesta en tu cuaderno:

1. ¿Qué valor hace que cambie la inclinación de la recta?
2. ¿Cómo es la recta cuando $m > 0$?, ¿y

cuando $m < 0$?

3. ¿Qué indica el valor de “n”?

4. ¿Qué representa la 1ª coordenada del punto P?, ¿y la 2ª?

Observa en la escena la recta $y = 2x - 3$ y dibújala en tu cuaderno.

Contesta en tu cuaderno:

5. ¿Para qué valores de “x” resulta $2x - 3 = 0$?

6. ¿Para qué valores de “x” resulta $2x - 3 > 0$?

7. ¿Para qué valores de “x” resulta $2x - 3 < 0$?

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Repite las cuestiones 5, 6 y 7 para las expresiones siguientes: (Utiliza la escena anterior para ver la gráfica de las funciones afines correspondientes a cada caso)

a) $2x + 6$

b) $3x - 2$

c) $5x + 8$

d) $7x$

e) $-x + 4$

f) $-2x - 5$

g) $-4x$

h) $15x - 25$

4. RESOLVER UNA INECUACIÓN

Consiste en buscar el valor o valores de la(s) incógnita(s) para que la desigualdad sea verdadera.

SOLUCIONES DE UNA INECUACIÓN

Valores de la (s) variable (s) para los que se cumple la desigualdad.

Ejemplo: Inecuación: $x - 3 > 2$

Sumando 3 a ambos miembros, obtenemos:

$$x > 5$$

Soluciones: Todos los números reales mayores que 5, es decir:

$$x \in (5, \infty)$$

INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

Las inecuaciones de 1er grado con una incógnita son las que responden a las siguientes formas básicas:

$$ax + b < 0$$

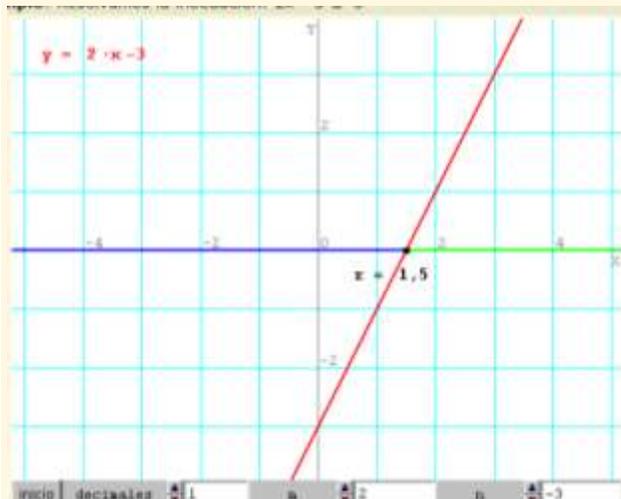
$$ax + b > 0$$

$$ax + b \leq 0$$

$$ax + b \geq 0$$

Resolución: Se representa la función afín $y = ax + b$, y se observa donde $ax + b$ tiene el signo que se pide en cada caso.

Ejemplo: Resolvamos la inecuación: $2x - 3 \leq 0$



Representamos la función $y = 2x - 3$

Dibújala también en tu cuaderno

Contesta en tu cuaderno:

1. ¿Para qué valor de "x" resulta $2x - 3 = 0$? Expresa el resultado en forma decimal y en forma de fracción.
2. ¿Para qué valores de "x" resulta $2x - 3 < 0$?

Respondiendo correctamente a las cuestiones planteadas tendremos las **soluciones de la inecuación:**

$$x \leq 1,5$$

O en forma de intervalo:

$$x \in [-\infty; 1,5]$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS

Resuelve las siguientes inecuaciones. Utiliza la escena anterior para ver las gráficas de las funciones correspondientes en cada caso:

- | | | | |
|----------------------|---------------------|--------------------|-------------|
| a) $2x + 6 < 0$ | b) $3x - 2 \geq 0$ | c) $5x + 8 \leq 0$ | d) $7x < 0$ |
| e) $-x + 4 < 0$ | f) $-2x - 5 \geq 0$ | g) $-4x \geq 0$ | |
| h) $15x - 25 \leq 0$ | | | |

5. INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DENOMINADORES

Al igual que en las ecuaciones, también pueden presentárenos inecuaciones con paréntesis y denominadores. Para resolverlas obtendremos inecuaciones equivalentes a la dada pero con expresión cada vez más sencilla, hasta llegar a una de las formas conocidas.

El proceso a seguir es el mismo que para las ecuaciones:

Ejemplo: Resolvamos la inecuación:

$$\frac{5x-3}{4} + 2(x+1) < \frac{8x+9}{3}$$

1º.- Quitar paréntesis.

1º.- Quitamos paréntesis

$$\frac{5x-3}{4} + 2(x+1) < \frac{8x+9}{3} \Rightarrow \frac{5x-3}{4} + 2x+2 < \frac{8x+9}{3}$$

2º.- Quitar denominadores.

2º.- Quitamos denominadores

$$\frac{5x}{4} - \frac{3}{4} + 2x + 2 < \frac{8x}{3} + 3 \Rightarrow$$

$$15x - 9 + 24x + 24 - 32x - 36 < 0$$

3º.- Reducir términos semejantes (hasta obtener una inecuación de una de las formas básicas).

3º.- Reducimos términos semejantes

$$7x - 21 < 0 \Rightarrow x - 3 < 0$$

4º.- Resolver la inecuación.

4º.- Resolvemos la inecuación

$$x \in (-\infty, 3)$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS

Resuelve las siguientes inecuaciones de 1º grado con denominadores:

a) $6x - 3 > 5x - 7$

b) $-(x - 9) \leq -2(x - 3) + 5$

c) $-2(x - 2) + 5 \leq 4(2x - 7) - 3$

d) $\frac{2x+1}{3} < \frac{-x+2}{4} - 2$

e) $\frac{3}{8} - \frac{x-1}{3} < \frac{x-3}{12} - \frac{2x-5}{8}$

f) $\frac{-x-3}{6} - \frac{x+4}{9} < -1 - \frac{x+4}{12}$

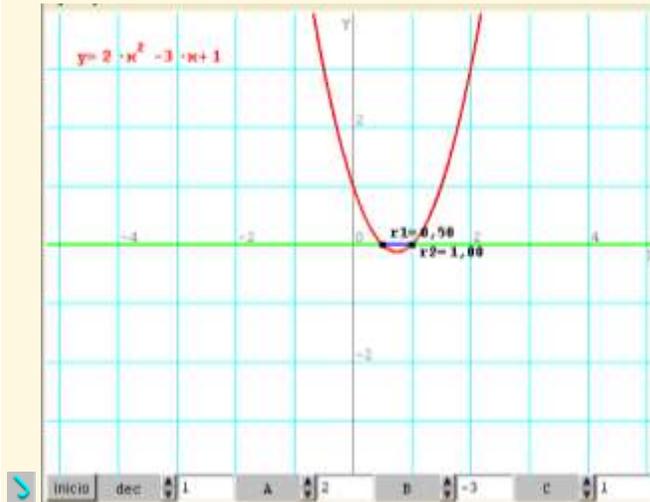
7. INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA

Las inecuaciones de 2º grado con una incógnita son las que se presentan según alguna de las siguientes formas básicas:

$$Ax^2+Bx+C < 0 \quad Ax^2+Bx+C > 0 \quad Ax^2+Bx+C \leq 0 \quad Ax^2+Bx+C \geq 0$$

Resolución: Se hace la gráfica de la función cuadrática $y = Ax^2+Bx+C$, y se observa donde $y = Ax^2+Bx+C$ tiene el signo que se pide en cada caso.

Ejemplo: Resolvamos la inecuación: $2x^2-3x+1 \leq 0$



Representamos la función $y = 2x^2 - 3x + 1$

Dibújala también en tu cuaderno.

Contesta en tu cuaderno:

1. ¿Para qué valor de "x" resulta $2x^2 - 3x + 1 = 0$?
2. ¿Para qué valores de "x" resulta $2x^2 - 3x + 1 < 0$?

Si respondemos correctamente a las cuestiones planteadas obtenemos las soluciones de la inecuación:

$$x \in [0,5 ; 1]$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS

Resuelve las siguientes inecuaciones. Utiliza la escena anterior para ver las gráficas de las funciones correspondientes en cada caso:

a) $x^2 - 5x + 6 < 0$ b) $x^2 + 7x < 0$ c) $x^2 - 2x + 1 \geq 0$ d) $-x^2 - 8x + 9 > 0$

Fuente de información:

http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Inecuaciones/inecindex.html