FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

Recuerde que:
1. Factorizar una expresión algebraica consiste en escribirla como un producto.

2. Existen varios casos de factorización.

Revisemos los diferentes polinomios y como factorizarlos

1. FACTOR COMUN MONOMIO:

Factor común monomio: es el factor que está presente en cada término del polinomio:

Ejemplo 1: ¿cuál es el factor común en $12x + 18y - 24z$?

Entre los coeficientes es el 6, o sea, **6(**2x) + **6(**3y) – **6(** 4z) = **6**(2x + 3y - 4z)

Ejemplo 2: ¿Cuál es el factor común en : $5a^2 - 15ab - 10ac$
El factor común entre los coeficientes es 5 y entre los factores literales es a, por lo tanto
$5a^2 - 15ab - 10ac$ = **5ª(**a) - **5ª(**3b) - **5a(** 2c) = **5a**(a - 3b - 2c)

Ejemplo 3 : ¿ Cuál es el factor común en $6x^2y - 30xy^2 + 12x^2y^2$
El factor común es " 6xy " porque
$6x^2y - 30xy^2 + 12x^2y^2 = 6xy(x - 5y + 2xy)$

EJERCICIOS. Halla el factor común de los siguientes ejercicios, escribe los resultados a la par.

$6x - 12 =$	$24a - 12ab =$
$10x^2y - 15xy^2 + 25xy =$	$4x - 8y =$
$8a^3 - 6a^2 =$	$10x - 15x^2 =$
$ax + bx + cx =$	$6x^4 - 30x^3 + 2x^2 =$

2. FACTOR COMUN POLINOMIO:

Es el polinomio que aparece en cada término de la expresión, ahora el común resulta ser un polinomio.

EJEMPLO 1.
Factoriza $x(a + b) + y(a + b)$
Existe un factor común que es (a + b) = x**(a + b)** + y**(a + b)**
= **(a + b)**(x + y)

EJEMPLO 2.
Factoriza $2a(m - 2n) - b(m - 2n)$
= 2a**(m - 2n)** - b **(m - 2n)**
= (m - 2n)(2a - b)

EJERCICIOS

a(x + 1) + b (x + 1) =	m(2a + b) + p (2a + b) =
a(2 + x) - (2 + x) =	(2x + 3)(3 - r) - (2x - 5)(3 - r) =

3. FACTOR COMUN AGRUPANDO TERMINOS

Se trata de extraer un doble factor común.

EJEMPLO 1.

Factoriza ap + bp + aq + bq

Se extrae factor común "**p**" de los dos primeros términos y "**q**" de los dos últimos

p(a + b) + **q**(a + b)

Se saca factor común polinomio

(a + b) (p + q)

EJERCICIOS:

a^2 + ab + ax + bx =	2ab + 2a - b - 1 =
6ab + 4a - 15b - 10 =	ac - a - bc + b + c^2 - c =

4. FACTORIZACION DE UN TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$

El trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ se puede descomponer en dos factores binomiales mediante el siguiente proceso:

EJEMPLO 1. Descomponer $\mathbf{x^2 + 6x + 5}$

1. Hallar dos factores que den el primer término **x · x**

2. Hallar los divisores del tercer término, seccionando aquellos cuya suma sea "6"
   1 · 5 ó -1 ·-5

Pero la suma debe ser +6 luego serán **(x + 1)(x + 5)**

EJEMPLO 2:

Factorizar $\mathbf{x^2 + 4xy - 12y^2}$

1º Hallar dos factores del primer término, o sea x^2: **x . x**

2º Hallar los divisores de $12y^2$, éstos pueden ser: 6y · -2y ó -6y · 2y
ó 4y · -3y ó -4y · 3y
ó 12y · -y ó -12y · y

Pero la suma debe ser +4 , luego servirán 6y y -2y, es decir

$$\mathbf{x^2 + 4xy - 12y^2 = (x + 6y)(x - 2y)}$$

EJERCICIOS:

Factoriza los siguientes trinomios en dos binomios:

$x^2 + 4x + 3 =$	$b^2 + 8b + 15 =$	$r^2 - 12r + 27 =$
$h^2 - 27h + 50 =$	$x^2 + 14xy + 24y^2 =$	$x^2 + 5x + 4 =$

5. FACTORIZACION DE UN TRINOMIO DE LA FORMA $ax^2 + bx + c$

EJEMPLO

Factoriza $2x^2 - 11x + 5$

1º El primer término se descompone en dos factores **$2x \cdot x$**

2º Se buscan los divisores del tercer término **$5 \cdot 1$ ó $-5 \cdot -1$**

3º Parcialmente la factorización sería $(2x + 5)(x + 1)$
Pero no sirve pues da: $2x^2 + 7x + 5$
Se reemplaza por **$(2x - 1)(x - 5)$**
y en este caso nos da : $2x^2 - 11x + 5$

SI NO SE COMPRENDE ESTE PROCESO BUSCA EL ALGEBRA DE BALDOR.

EJERCICIOS :

$5x^2 + 11x + 2 =$	$3m^2 - 7m - 20 =$
$6x^2 + 7x - 5 =$	$2a^2 - 13a + 15 =$

6. FACTORIZACION DE LA DIFERENCIA DE DOS CUADRADOS:

EJEMPLO:

Factorizar $9x^2 - 16y^2 =$

Para el primer término $9x^2$ se factoriza en $3x \cdot 3x$
y el segundo término $-16y^2$ se factoriza en $+4y \cdot -4y$
Luego la factorización de **$9x^2 - 16y^2 = (3x + 4y)(3x - 4y)$**

EJERCICIOS:

$9a^2 - 25b^2 =$	$4x^2 - 1 =$
$45m^3n - 20mn =$	$\frac{9}{25}a^2 - \frac{49}{36}b^2 =$

7. FACTORIZACION DE UN TRINOMIO CUADRADO PERFECTO:

Ejemplo:
Factorizar $9x^2 - 30x + 25 =$
Proceso:
1. Halla la raíz principal del primer término $9x^2$: $3x \cdot 3x$
2. Halla la raíz principal del tercer término 25
   Con el signo del segundo término $-5 \cdot -5$
   luego la factorización de **$9x^2 - 30x + 25 = (3x - 5)(3x - 5) = (3x - 5)^2$ SOLO FALTA COMPROBAR QUE 2 (3X) (5) RESULTE EL SEGUNDO TERMINO DEL TRINOMIO Y EN VERDAD RESULTA 30X.**

EJERCICIOS:

$b^2 - 12b + 36 =$	$1 + 6a + 9a^2 =$
$16m^2 - 40mn + 25n^2 =$	$25x^2 + 70xy + 49y^2 =$

DIFERENCIA DE CUBOS: $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
Se extrae la raíz cubica a **a^3** y también a **b^3**
Luego se escriben dos paréntesis el primero con la resta de las raíces y el segundo en la forma siguiente la primer raíz al cuadrado más el producto de las dos raíces mas el cuadrado de la segunda raíz, como lo indica el ejemplo

Ejemplo : $8 - x^3 = (2 - x)(4 + 2x + x^2)$

SUMA DE CUBOS: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
Igual que el caso anterior solo se modifican algunos signos, obsérvalos.

Ejemplo: $27a^3 + 1 = (3a + 1)(9a^2 - 3a + 1)$

$64 - x^3 =$	$27m^3 + 6n^6 =$	$8a^3b^3 + 27 =$
$x^6 - y^6 =$	$x^3 - \frac{1}{64} =$	$\frac{1}{8}x^3 + \frac{8}{27} =$